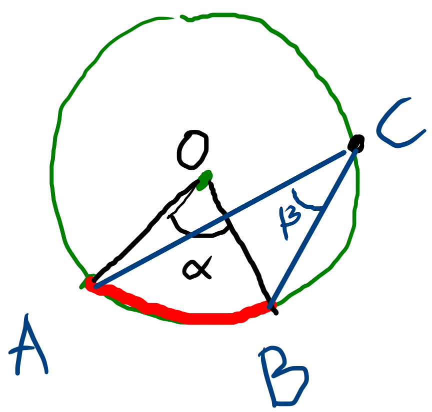
α β

III.20. *In a circle the angle at the center is double the angle at the circumference, when the rays forming the angles meet the circumference in the same two points.*

III.20. Para cualquier círculo con centro O, arco AB y punto C en el círculo, si α = ángulo central $= \measuredangle AOB$,

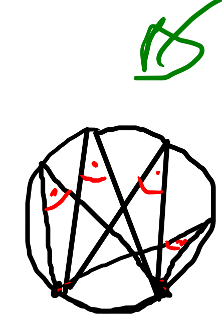


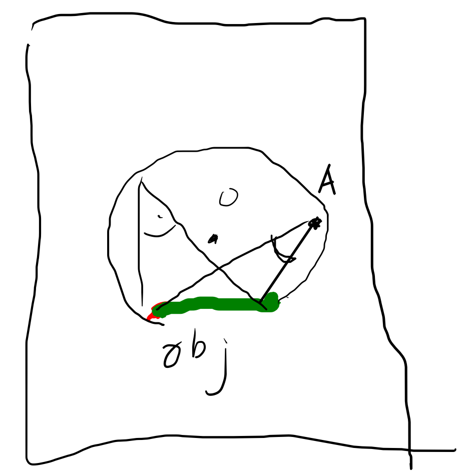
β = ángulo circunscrito $= \measuredangle ACB$

$\Longrightarrow$ $\alpha = 2\beta$.

"entonces"

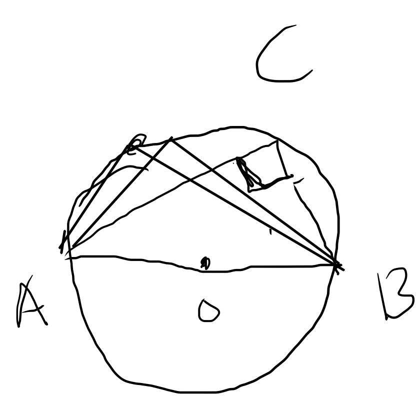
todos son iguales

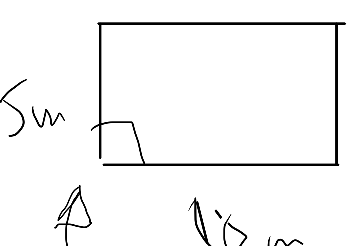




Corolario: (1)

(2) $\alpha = 180°$





$\Rightarrow$ ΔABC es un triáng. rect. ($\measuredangle C = 90°$)

cómo construir un ángulo de 90°? $\longrightarrow$ T. de Pitágoras.

$A \Rightarrow B$

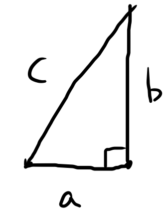
$B \Rightarrow A$

el converso del teo es cierto

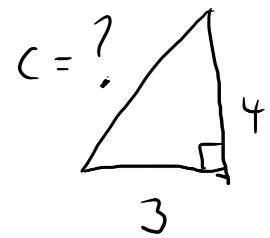
si en un triángulo los lados cumplen ent. el triáng. es rect., el ángulo en frente de c es de 90°.

Teo. de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$



ejemplo 1:

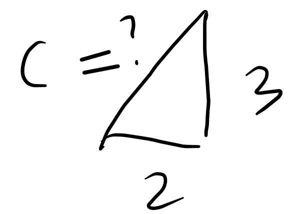


$$c = ?$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}$$

$$= \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

ejemplo 2:



$$c = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{4+9}$$

$$= \sqrt{13} \approx 3.8$$

$$x^2 = 25$$

$$x > 0$$

$$\Rightarrow x = 5$$

$$\cancel{x = -5}$$

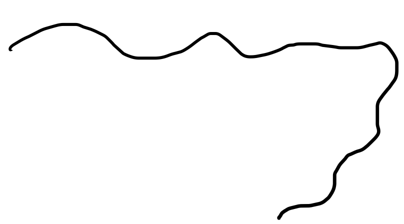
"Triple pitagórico"

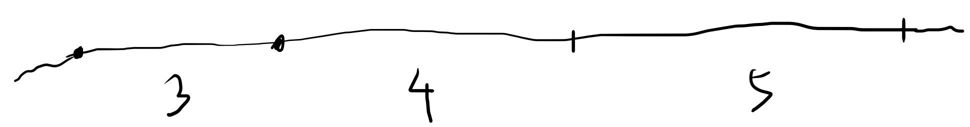
(a, b, c) enteros que cumplen $c^2 = a^2 + b^2$

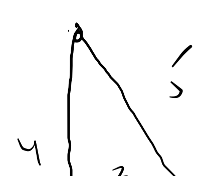
Habrán otros triples pitagóricos más que $(3, 4, 5)$? ¿Primitivos?

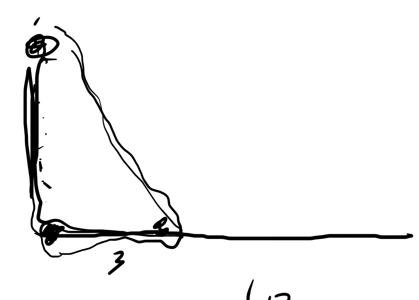
Si: $(6, 8, 10)$, $(9, 12, 15)$

método muy práctico de construir triángulos rectángulos, usando cuerda de 12 m



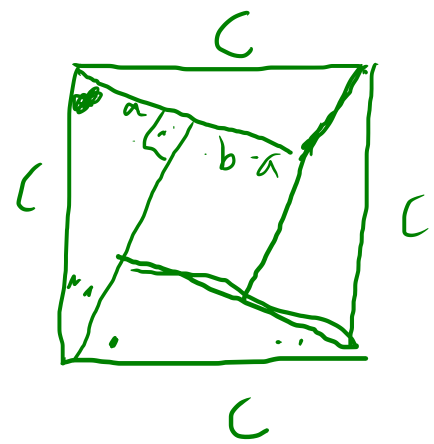






Demos. del T. Pitágoras:

① China ←



② Euclides

③ Mi favorita ← Coxeter

El área

$c^2 = (b-a)^2 + \cancel{4}^{\,2} \dfrac{a \cdot b}{\cancel{2}}$

$= b^2 + a^2 - \cancel{2ab} + \cancel{2ab}$

QED.