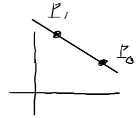
2. *a*) Por dos puntos distintos pasa una sola recta.
   b) Si los puntos son P_0, P_1 entonces los puntos de la recta son de la forma $(1 - t)P_0 + tP_1$, $t \in \mathbb{R}$.
   c) Si $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, 1$, entonces la pendiente de la recta es $(y_1 - y_0)/(x_1 - x_0)$.

2a: (A) existencia (B) unicidad.

(A) Dado: $P_0 = (x_0, y_0)$, $P_1 = (x_1, y_1)$, $x_0 \neq x_1$ ó $y_0 \neq y_1$

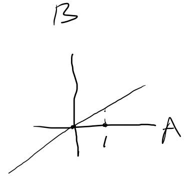
P.D. $\exists A, B, C$ t.q. la recta $Ax + By = C$ para por P_0, P_1



① $A\boxed{x_0} + B\boxed{y_0} = C$

② $A\boxed{x_1} + B\boxed{y_1} = C$

③ $A \neq 0$ ó $B \neq 0$.



Dem: ① + ② $\Rightarrow Ax_0 + By_0 = Ax_1 + By_1$

④ $A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) = 0$

si $\boxed{x_0 \neq x_1} \Rightarrow x_0 - x_1$, $\boxed{A = 1}$, $B = ?$

$(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) = 0 \Rightarrow \boxed{B = -\frac{x_0 - x_1}{y_0 - y_1}}$

$3x + 5y = 7$

$x + \frac{5}{3}y = \frac{7}{3}$

① $\Rightarrow$ ⑤ $\boxed{x_0 - \frac{x_0 - x_1}{y_0 - y_1} y_0 = C}$ se define C así.

② $\Rightarrow$ $x_1 - \frac{x_0 - x_1}{y_0 - y_1} y_1 \overset{?}{=} x_0 - \frac{x_0 - x_1}{y_0 - y_1} y_0$

$x_1 - x_0 \overset{?}{=} \left(\frac{x_0 - x_1}{y_0 - y_1}\right)(y_1 - y_0) = \left(\frac{x_1 - x_0}{\cancel{y_1 - y_0}}\right)\cancel{(y_1 - y_0)}$ ✓

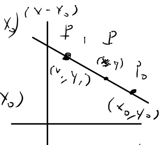
otra solución: $A = y_0 - y_1$, $-(x_0 - x_1)$, $C = x_0(y_0 - y_1) - (x_0 - x_1)y_0$

$= \cancel{x_0 y_0} - x_0 y_1 - \cancel{x_0 y_0} - x_1 y_0$

$= -(x_0 y_1 + x_1 y_0)$.

Otra manera:

$\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ $/ \cdot (x - x_0)(y - y_0)$



$(x - x_0)(y_1 - y_0) = (y - y_0)(x_1 - x_0)$

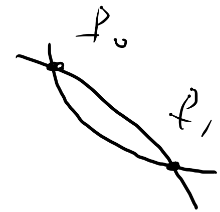
$\underbrace{(y_1 - y_0)}_{A} x - \underbrace{(x_1 - x_0)}_{B} y = x_0(y_1 - \cancel{y_0}) - y_0(x_1 - x_0)$

$= \underbrace{x_0 x_1 - y_0 x_1}_{C}$

Con eso, queda demostrado la existencia.

1a unicidad.

Dado: $P_0 \neq P_1$, L_1, L_2 t.q ~~$P_0, P_1 \in L_1, L_2$~~.
$P_0 \in L_1$, $P_1 \in L_1$, $P_0 \in L_2$, $P_1 \in L_2$.



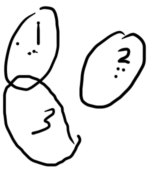
P.D. $L_1 = L_2$

Demo: L_1, L_2 no son paralelas porque $L_1 \neq L_2$ y $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$. $\xRightarrow[\text{IC}]{}$ L_1, L_2 intersectan en 1 solo punto $\Rightarrow$ contradicción.

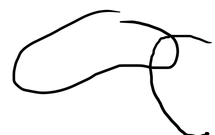
P.D. $L_1 \parallel L_2,\ L_2 \parallel L_3 \Rightarrow L_1 \parallel L_3$.

$L_1 \neq L_2,\ L_2 \neq L_3$

$\Rightarrow L_1 \cap L_2 = \emptyset,\ L_2 \cap L_3 = \emptyset \overset{?}{\Longrightarrow} L_1 = L_3$ ó $L_1 \cap L_3 = \emptyset$



no funciona



D: usamos 1b. $L_i : A_i x + B_i y = C_i$, $i = 1, 2, 3$

$L_1 \parallel L_2 \Rightarrow \exists \lambda \neq 0$ t.q. $B_2 = \lambda B_1$

$A_2 = \lambda A_1$

$L_2 \parallel L_3 \Rightarrow \exists \lambda' \neq 0$ t.q. $B_3 = \lambda' B_2 = \overset{\lambda''}{\lambda' \lambda} B_1$

$A_3 = \lambda' A_2 = \lambda' \lambda A_1$