Ejemplo: como entregar los problemas de la tarea num. 2.

Elementos de Geometría, grupo B
Gil Bor
19 ago. 2021.

Tarea núm. 2

Pag. 6 de Coxeter (5 proposiciones de los Elementos de Euclides)

El número de la proposición

III.3.

Se traduce la proposición a una afirmación concisa y precisa, apoyada por dibujo.

En un círculo con centro O, AD es un diámetro (pasa por O), BC es una cuerda que no es un diámetro (no pasa por O) y E es la intersección $AD \cap BC$. Demuestra: $BE=EC \Leftrightarrow AD \perp BC$.

"si y solo si" "perpendicular"

Demostración de $\Rightarrow$

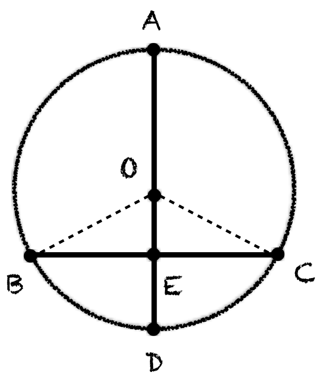
Los lincisos están numerados, cada uno justificado (a menos que sea obvio), por incisos anteriores, informacion dada en el problema, axiomas, definiciones o teoremas conocidos

1. $OB=OC$ (dos radios del mismo círculo)
2. $\angle OBE = \angle OCE$ (1 + I.5)
3. $BE=EC$ (dado)
4. $\triangle OBE \cong \triangle OCE$ (1+2+3 + LAL)

5*. $\angle OEB = \angle OEC$ (4)

6. $\angle OEB + \angle OEC = 180°$
7. $\angle OEB = \angle OEC = 90°$ (5+6)
8. $AD \perp BC$ (7) QED

Se usa la notación de las proposiciones de Euclides, ya demostradas



Dibujo claro, **muy importante!**

* – Inciso 5 usa que BC no es un diámetro: si BC es un diámetro entonces pasa por O, así que $E=AD \cap BC=O$, por lo que el segmento OE y los ángulos $\angle OEB$, $\angle OEC$ no están bien definidos.

Demostración de $\Leftarrow$

1. $\angle OEB = \angle OEC = 90°$ (dado)
2. $OB=OC$ (dos radios del mismo círculo)
3. $BE^2 = OB^2 - OE^2$, $CE^2 = OC^2 - OE^2$ (1 + Teorema de Pitágoras)
4. $BE^2 = CE^2$ (2+3)
5. $BE = EC$ (4) QED

Lo demostraremos esta semana, se puede usar

Nota. La condición que BC no es un diámetro no es necesaria en la demostración de $\Leftarrow$: si BC es un diámetro entonces $E=O$, por lo que BE y EC son ambos radios del mismo círculo, así que son iguales.