

Ejemplos de demostraciones geométricas

(para la tarea núm. 3)

Estos son dos ejemplos que muestran cómo escribir una demostración geométrica formal. Por favor leer estos ejemplos antes de empezar hacer la tarea 3

Problema 1. Demuestra que si dos de los ángulos de un triángulo coinciden entonces los dos lados en frente de estos ángulos son del mismo tamaño.

Solución:

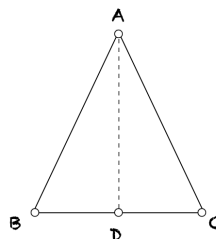
Dado: $\triangle ABC$, con $\angle ABC = \angle ACB$.

Por demostrar: $AB = AC$.

Demostración:

1. Construimos la altura AD a la arista BC . Es decir, $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$.
2. $\angle ABC = \angle ACB$ (dado).
3. $\angle BAD = \angle DAC$ (1+2+ la suma de los ángulos en un triángulo es 180 grados)
4. $AD = AD$
5. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (1+3+4+ALA).
6. $AB = AC$ (5+ángulos correspondientes en triángulos congruentes). QED

Nota: existe una demostración del mismo inciso, más elegante, sin usar la construcción de AD . ¿La puedes encontrar?



Problema 2. Demuestra que en un paralelogramo, los diagonales bisectan uno al otro.

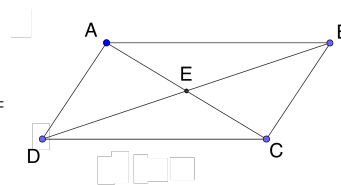
Solución:

Dado: Cuadrilátero $ABCD$, con $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ y $E = AC \cap BD$.

Por demostrar: $AE = EC$, $BE = ED$

Demostración:

1. $\angle ABD = \angle BDC$ (ángulos alternantes entre rectas paralelas).
2. $\angle ADB = \angle DBC$ (ángulos alternantes entre rectas paralelas).
3. $BD = BD$.
4. $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (1+2+3+ALA).
5. $AB = CD$ (4+lados correspondientes de triángulos congruentes).
6. $\angle BAC = \angle ACD$ (ángulos alternantes entre rectas paralelas).
7. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (1+5+6+ALA).



8. $AE = EC, BE = ED$ (7+lados correspondientes de triángulos congruentes).
QED

Notas:

1. El problema típicamente está dado en un lenguaje “natural” (informal), así que primero reformulamos el problema en un lenguaje formal (“*Dado*”, “*Por demostrar*”, ...), con notación precisa, acompañado por un dibujo, en donde se aclara la notación.
2. Todos los objetos (puntos, ángulos, rectas,...) están nombrados y los pasos de la demostración están numerados.
3. Cada paso está justificado, por un paso anterior, o por un teorema “conocido”, como los criterios de congruencias LLL, LAL, ALA. Excepción: pasos “obvios” (como $AB = AB$), o pasos en donde se agrega una construcción (como paso 1 del primer ejemplo).
4. El último paso de la demostración debe ser lo que había que demostrar, seguido por las letras QED (iniciales de *quod erat demonstrandum*, lo que había que demostrar, en latín), indicando que la demostración se ha terminado.