Tarea núm. 7

para entregar el jueves, 30 sept.

Definiciones.

- Una *recta* en $\mathbb{R}^2$ es el cojunto de soluciones de una ecuación de la forma $Ax+By=C$, con $A\neq 0$ ó $B\neq 0$. Por ejemplo: $\{(a,0)\mid a\in\mathbb{R}\}$ (el eje de x) es una recta, dada por $y=0$ ($A=C=0$, $B=1$).
- Dos rectas son *paralelas* si coinciden o no se intersectan. Por ejemplo, $x=1$ es paralela a $x=0$ (el eje de y).
- La *pendiente* de la recta $Ax+By=C$ es $-B/A$ (si $A=0$ la pendiente es 'inifinita').
- La *norma* de un punto $P=(a,b)$ es $\|P\|:=\sqrt{a^2+b^2}$.
- La *distancia* entre dos puntos es la norma de su diferencia; es decir, la distancia entre (a_0,b_0) y (a_1,b_1) es $\|(a_1-a_0,b_1-b_0)\|=\sqrt{(a_1-a_0)^2+(b_1-b_0)^2}$.

Problemas.

1. *a*) Dos ecuaciones $A_ix+B_iy=C_i$, $i=1,2$, describen la misma recta si y solo si existe una $\lambda\in\mathbb{R}$, $\lambda\neq 0$, tal que $A_2=\lambda A_1$, $B_2=\lambda B_1$, $C_2=\lambda C_1$.
   b) Las rectas son paralelas si y solo si existe una $\lambda\in\mathbb{R}$, $\lambda\neq 0$, tal que $A_2=\lambda A_1$, $B_2=\lambda B_1$. Esta condición es equivalente a $A_1B_2=A_2B_1$.
   c) Dos rectas no paralelas intersectan en un solo punto.
2. *a*) Por dos puntos distintos pasa una sola recta.
   b) Si los puntos son P_0,P_1 entonces los puntos de la recta son de la forma $(1-t)P_0+tP_1$, $t\in\mathbb{R}$.
   c) Si $P_i=(x_i,y_i)$, $i=0,1$, entonces la pendiente de la recta es $(y_1-y_0)/(x_1-x_0)$.
3. *a*) Encuentra una ecuación para la recta que pasa por (i) $(2,0)$ y $(0,8)$; (ii) $(-1,0)$ y $(0,-1)$; (iii) $(0,0)$ y (a,b).
   b) Encuentra la pendiente de cada recta del inciso anterior.
   c) Encuentra el punto de intersección de cada par de rectas no paralelas del primer inciso (son 3 pares).
4. *a*) Dada una recta y un punto, existe una única recta que pasa por el punto y paralela a la recta dada.
   b) Encuentra una ecuación de la recta que pasa por $(-1,-1)$ y paralela a $x+y=1$.
5. Encuentra el punto de la recta $x+y=1$ más cercano al punto $(3,5)$.

   Sugerencia: parametriza por t los puntos de la recta, como en problema 2b. En lugar de minimizar la distancia a $(3,5)$ puedes minimizar el cuadrado de la distancia (¿porqué?), lo cual es una función cuadrática de t. La gráfica de tal función es una parábola; el mínimo corresponde al vértice.
6. * Para cada par de puntos de un conjunto finito de puntos en el plano existe un tercer punto del conjunto sobre la recta que pasa por este par. Demuestra que el conjunto es colineal (todos sus puntos están sobre una sola recta).