

Examen de Admisión DEMAT-UG 2015

Instrucciones:

- i) Marca claramente *sólo una* de las opciones como respuesta a cada pregunta en la *hoja de respuestas anexa*.
 - ii) Entrega las hojas de preguntas, la de respuesta y las hojas que contengan tus cálculos.
 - iii) Junto al número de cada problema, indica si éste te pareció fácil, regular o difícil.
-

1. ¿Cuál es el máximo común divisor de 516 y de 124 ?

- A. 6 B. 2 C. 12 D. 127 E. 4

2. Sean r y s números enteros, entonces

$$\frac{6^{r+s}12^{r-s}}{8^r9^{r+2s}},$$

es un entero si:

- A. $r + s \leq 0$ B. $s \leq 0$ C. $r \leq 0$ D. $r \geq s$ E. $r + s \geq 0$

3. El punto del círculo $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4$ más cercano al círculo $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ es:

- A. (3.4, 2.8) B. (3, 4) C. (5, 2) D. (3.8, 2.4) E. Ninguno de los anteriores.

4. En una reunión todos los asistentes se estrecharon las manos. ¿Cuántas personas asistieron a dicha reunión sabiendo que hubo 780 apretones de manos?

- A. 40 B. 390 C. 240 D. 15 E. Ninguna de las anteriores.

5. La cúbica

$$y = kx^3 - (k + 1)x^2 + (2 - k)x - k$$

tiene un punto crítico que es un mínimo cuando $x = 1$ para:

- A. $k > 0$ B. $0 < k < 1$ C. $k > \frac{1}{2}$ D. $k < 3$ E. Todos los valores de k .

6. La desigualdad $x^4 < 8x^2 + 9$ se satisface cuando

- A. $-3 < x < 3$ B. $0 < x < 4$ C. $1 < x < 3$ D. $-1 < x < 9$ E. $-3 < x < -1$

7. La función $F(n)$ se define para todos los enteros positivos como sigue: $F(1) = 0$ y para todo $n \geq 2$:

$$\begin{aligned} F(n) &= F(n - 1) + 2 && \text{si } 2 \text{ divide a } n \text{ pero } 3 \text{ no divide a } n; \\ F(n) &= F(n - 1) + 3 && \text{si } 3 \text{ divide a } n \text{ pero } 2 \text{ no divide a } n; \\ F(n) &= F(n - 1) + 4 && \text{si } 2 \text{ y } 3, \text{ dividen a } n; \\ F(n) &= F(n - 1) && \text{si ni } 2 \text{ ni } 3 \text{ dividen a } n. \end{aligned}$$

¿Cuánto es $F(6000)$?

- A. 9827 B. 10121 C. 11000 D. 12300 E. 12352

8. Un estudiante se viste con la ropa que le compra su mamá, sin consideración de que combine o no. Si su mamá le compra 5 camisas distintas, 3 pantalones distintos y 2 pares de zapatos distintos, ¿de cuántas maneras se puede vestir?
- A. 10 B. 60 C. 30 D. 1 E. 45
9. Suponemos que b es un número real y que la función $f(x) = 3x^2 + bx + 12$ tiene una gráfica como la presentada en la Figura 1. ¿A qué es igual $f(5)$?

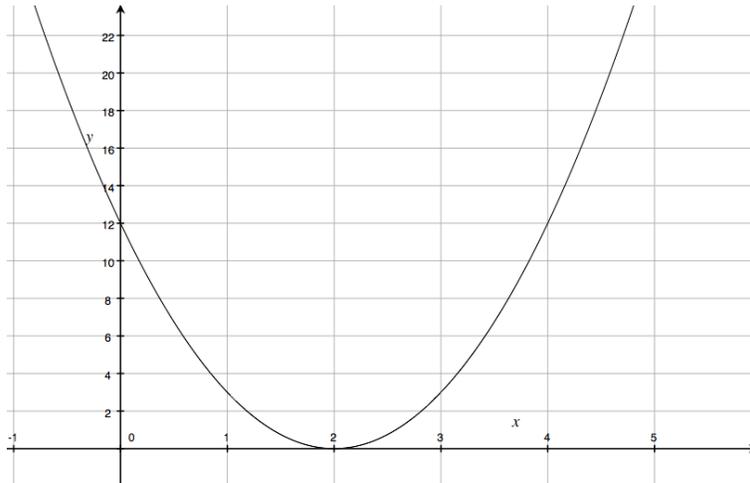
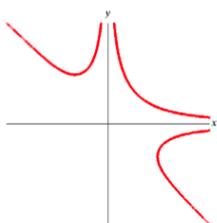


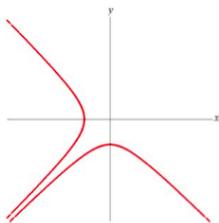
Figura 1: Gráfica de la función del problema 9.

- A. 15 B. 27 C. 67 D. 72 E. Ninguna de las anteriores.
10. Un gavilán vio un grupo de palomas y les dijo “adiós mis cien palomas”, a lo que una de ellas le responde: “No somos cien, sino las que somos más otra vez las que somos más la mitad de las que somos, más un cuarto de las que somos, más usted señor gavilán entonces seremos cien”. ¿Cuántas palomas hay?
- A. 100 B. 37 C. 36 D. 44 E. Ninguna de las anteriores.
11. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar tres dados, la suma obtenida sea estrictamente mayor que 15?
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{108}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{8}$ E. Ninguna de las anteriores.
12. Eduardo realizó un viaje en carretera a velocidad constante de 80 km/hr y le tomó media hora llegar a su destino. ¿A qué velocidad, en kilómetros por hora, debería haber conducido para que el mismo viaje le tomara 24 minutos?
- A. 180 km/h B. 120 km/h C. 100 km/h D. 140 km/h E. Ninguna de las anteriores.
13. Considera un cuadrilátero $ABCD$ tal que las longitudes de sus lados (en cm) son $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 5$ y $DA = 6$. Si el ángulo $ABC = 90^\circ$, ¿cuál es el área del cuadrilátero?
- A. 12 cm^2 B. 10 cm^2 C. 15 cm^2 D. 30 cm^2 E. Ninguna de las anteriores.
14. En una de las orillas de un río hay una palmera de 9 m de altura y en la otra, una de 6 m . La distancia entre los troncos es de 15 m . En la copa de cada palmera hay una gaviota. Ambas aves ven desde la misma distancia a un pez que está en la superficie entre las dos palmeras. ¿A qué distancia estaba el pez de la palmera más alta?
- A. 7 m B. 3 m C. 11 m D. 6 m E. Ninguna de las anteriores.

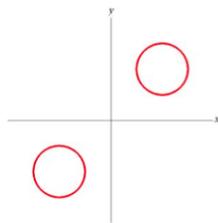
15. Al dividir el polinomio $2x^{100} - 3x^7 + 2015$ entre $x + 1$ el residuo es:
 A. 2014 B. 2015 C. 2020 D. $2x^{99} + 3x^7 - 2015$ E. $-2x^{99} - 3x^7 + 2015$
16. ¿Qué número es más grande: 68 % de 54 o 54 % de 68?
 A. El primero.
 B. El segundo.
 C. Son iguales.
 D. No tiene sentido la pregunta.
 E. Ninguno de los anteriores.
17. La recta $y = 3$ interseca la parábola $y = x^2 + 1$ en
 A. Un punto. B. Dos puntos. C. Tres puntos. D. Ningun punto. E. Infinidad de puntos.
18. Si $x = 1.0001$, ¿cuál de los siguientes tiene el valor más grande?
 A. $\frac{1}{x+1}$ B. $\frac{1}{x-1}$ C. $x + 1$ D. $\frac{1}{x}$ E. x
19. En cuál de las gráficas de abajo se muestra un bosquejo de la curva con ecuación $x^2y^2(x + y) = 1$?



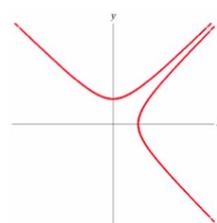
(a) A.



(b) B.



(c) C.



(d) D.

20. Sea

$$f(x) = \frac{1}{(x^3 - 4x^2 + 3x)}$$

¿Para qué valores reales está definida esta función?

- A. Todos los números reales.
 B. Todos los números reales positivos.
 C. Todos los números reales excepto 0,1 y 3.
 D. Todos los números reales positivos, excepto el número 1.
 E. Todos los números reales, excepto el número 3.
21. ¿Cuál es el valor de
- $$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$
- A. 1 B. 5 C. $\sqrt{5}$ D. 0 E. Ninguna de las anteriores.
22. La función $S(n)$ se define para números enteros positivos como la suma de los dígitos de n . Por ejemplo $S(712) = 7 + 1 + 2$. ¿Cuál es el valor de $S(1) + S(2) + S(3) + \dots + S(99)$?
 A. 746. B. 862. C. 900. D. 924. E. Ninguno de los anteriores.

23. Alicia, Berenice y Carolina van a una fiesta ubicada a 75 km de su casa. Alicia tiene una moto vieja, con 2 lugares disponibles (incluyendo el lugar de ella) que puede alcanzar 30 km/h. Berenice puede correr a 10 km/h y Carolina puede caminar a 6 km/h. Para llegar a la fiesta Alicia lleva en su moto a Carolina desde su casa hasta una distancia $d \leq 75$ y luego regresa por Berenice para llevarla hasta la fiesta. ¿Cuál es el tiempo mínimo para que las 3 chicas puedan llegar a la fiesta?

A. 5 horas. B. 4 h, 30 min. C. 4 horas D. 5 h, 30 min. E. 6 h, 30 min.

24. $2.5 \times 10^{-6} =$

A. -15 B. 2,500,000 C. 0.000025 D. 0.0000025 E. 0.00000025

25. Una línea de cruceros está programando siete viajes de una semana para uno de sus barcos. Cada viaje se realizará por una semana durante las siete primeras semanas de la temporada: de la semana 1 a la semana 7. Cada viaje irá a uno de los siguientes cuatro destinos: Guadalupe, Jamaica, Martinica o Trinidad. Cada destino será programado para al menos una de las semanas. La línea aplica las siguientes condiciones para hacer la programación:

- Jamaica no será el destino durante la semana 4.
- Trinidad será el destino para la semana 7.
- El barco hará exactamente dos viajes a Martinica y al menos un viaje a Guadalupe será programado entre los dos viajes a Martinica.
- La semana anterior a cualquier viaje a Jamaica, el destino elegido debe ser Guadalupe.
- Ningún destino será programado por dos semanas consecutivas.

¿Cuál de las siguientes será una planeación aceptable de los viajes del barco de la semana 1 a la semana 7?

- A. Guadalupe, Jamaica, Martinica, Trinidad, Guadalupe, Martinica, Trinidad.
- B. Guadalupe, Martinica, Trinidad, Martinica, Guadalupe, Jamaica, Trinidad.
- C. Jamaica, Martinica, Guadalupe, Martinica, Guadalupe, Jamaica, Trinidad.
- D. Martinica, Trinidad, Guadalupe, Jamaica, Martinica, Guadalupe, Trinidad.
- E. Martinica, Trinidad, Guadalupe, Trinidad, Guadalupe, Jamaica, Martinica.