

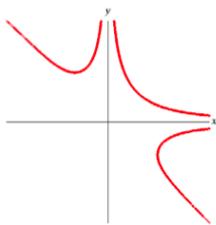
## Examen de Admisión DEMAT-UG 2016

---

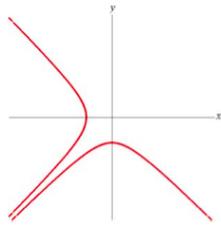
Instrucciones:

- i) Marca claramente *sólo una* de las opciones como respuesta a cada pregunta en la *hoja de respuestas anexa*.
  - ii) Entrega las hojas de preguntas, la de respuesta y las hojas que contengan tus cálculos.
  - iii) Junto al número de cada problema, indica si éste te pareció fácil, regular o difícil.
- 

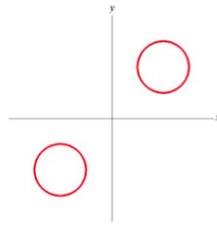
1. Considera los números  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2014}$ ;  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2013}$ ;  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2012}$ ;  $\frac{1}{1006} + \frac{1}{1009}$  y  $\frac{1}{1007} + \frac{1}{1008}$ . ¿Cuál es el más grande?  
A.  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2014}$     B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2013}$     C.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2012}$     D.  $\frac{1}{1006} + \frac{1}{1009}$     E.  $\frac{1}{1007} + \frac{1}{1008}$
2. Un matemático, un ingeniero y un físico son amigos, y sus nombres, en algún orden, son Alberto, Bernardo y Christian. El matemático es hijo único y es el mayor de los tres, Christian es más joven que el ingeniero y está casado con la hermana de Alberto. ¿Cuáles son las profesiones de Alberto, Bernardo y Christian, en ese orden?  
A. ingeniero, físico y matemático.  
B. físico, ingeniero y matemático.  
C. matemático, ingeniero y físico.  
D. ingeniero, matemático y físico.  
E. No hay suficiente información para resolver el problema.
3. El punto del círculo  $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4$  más cercano al círculo  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$  es:  
A. (3.4, 2.8)    B. (3, 4)    C. (5, 2)    D. (3.8, 2.4)    E. Ninguno de los anteriores.
4. En cuál de las gráficas de abajo se muestra un bosquejo de la curva con ecuación  $x^2y^2(x + y) = 1$ ?



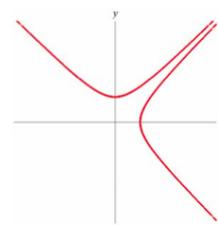
(a) A.



(b) B.



(c) C.



(d) D.

5. Sea

$$f(x) = \frac{1}{(x^3 - 4x^2 + 3x)}$$

¿Para qué valores reales está definida esta función?

- A. Todos los números reales.
- B. Todos los números reales positivos.
- C. Todos los números reales excepto 0,1 y 3.
- D. Todos los números reales positivos, excepto el número 1.
- E. Todos los números reales, excepto el intervalo  $[1, 3]$ .

6. Consideremos un conjunto de datos organizados como en el dibujo siguiente.


Cada casilla grande contiene un dato (no visible) que es la suma de los datos contenidos en las dos casillas ubicadas inmediatamente abajo. ¿Cuál es el número mínimo de casillas que necesitaríamos conocer para determinar la suma de los datos contenidos en el rectángulo resaltado en negro del último renglón?

- A. 1    B. 7    C. 4    D. 3    E. 6

7. Si después de cinco exámenes, Juanito tiene 8.3 de promedio. ¿Cuál es el número mínimo de exámenes con 10 que necesita para tener un promedio mínimo de 9?

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4    E. 5

8. Un estudiante de vacaciones observó que llovió 7 veces por la mañana o por la tarde. Cuando llovía por la tarde, la mañana estaba clara. Durante sus vacaciones, en total, hubo 5 tardes claras y 6 mañanas claras. ¿Cuántos días estuvo de vacaciones?

- A. No se puede determinar.    B. 11.    C. 7.    D. 9.    E. 12.

9. Los valores para  $k$  para los cuales la línea  $y = kx$  interseca a la parábola  $y = (x-1)^2$  son exactamente:

- A.  $k \leq 0$ ,    B.  $k \geq -4$ ,    C.  $k \geq 0$  o  $k \leq -4$ ,    D.  $-4 \leq k \leq 0$ ,    E. Ninguna de las anteriores.

10. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número  $(10^{2015} + 1)^3$ ?

- A. 3.    B. 2.    C. 8.    D. 4.    E. Ninguna de las anteriores.

11. Elige un número entero. Súmale el número uno. Eleva la respuesta al cuadrado. Multiplica la respuesta por cuatro. Réstale el número 3. ¿Cuál de los siguientes enunciados son verdaderos sin importar el número que elegiste al inicio?

- I. La respuesta final es un número impar.
- II. La respuesta final es uno más que un múltiplo de tres.
- III. La respuesta final es uno más que un múltiplo de ocho.
- IV. La respuesta final **no es** un número primo.
- V. La respuesta final **no es** uno menos que un múltiplo de tres.

- A. I, II y V.
- B. I y IV.
- C. II y V.
- D. I, III y V.
- E. I y V.

12. Sean  $x, y$  números reales tales que  $x^2 + 4y^2 = 1$ . ¿Cuál es el mínimo valor de  $|x| + 2|y|$ ?

- A. 1    B. -1    C. 0    D. 0.5    E.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

13. Un triángulo  $ABC$  (ver Figura 1) tiene un ángulo recto en  $B$ . El punto  $D$  es el pie de la altura desde  $B$ . Si se sabe que  $AD = 3$  y  $DC = 4$  ¿cuál es el área del triángulo  $ABC$ ?

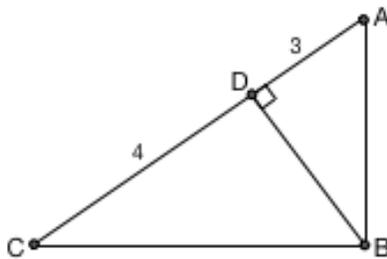


Figura 1: . Figura para el Problema 13.

- A.  $14\sqrt{3}$     B. 21.    C. 42.    D.  $4\sqrt{3}$ .    E.  $7\sqrt{3}$ .

14. ¿En cuántas regiones se divide el plano cuando se grafican en el mismo plano las siguientes ecuaciones (sin considerar los ejes coordenados) ?

$$y = x^3$$

$$y = x^4$$

$$y = x^5$$

- A. 6.    B. 7.    C. 8.    D. 9.    E. 10.

15. La cúbica

$$y = kx^3 - (k + 1)x^2 + (2 - k)x - k$$

tiene un punto crítico que es un mínimo cuando  $x = 1$  para:

- A.  $k > 0$    B.  $0 < k < 1$    C.  $k > \frac{1}{2}$    D.  $k < 3$    E. Todos los valores de  $k$ .

16. Pepe resuelve un examen con 11 preguntas de opción múltiple, cada una de las cuales sólo tiene una respuesta correcta. Hay 2 opciones para la primera pregunta, 3 opciones para la segunda pregunta y así sucesivamente hasta tener 12 opciones para la pregunta 11. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir sus respuestas al azar, obtenga al menos una pregunta correcta?

- A.  $\frac{1}{12}$    B.  $\frac{11}{12}$    C.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{12}$    D.  $\frac{1}{2}$    E. 0.1

17. Si  $|x - 2| = p$ , donde  $x < 2$ . ¿Cuál es el valor de  $x - p$ ?

- A.  $2 - 2p$    B.  $2p$    C. 2   D.  $2p - 2$    E.  $2p + 2$

18. Encuentra el dígito de las unidades de la suma:

$$23^1 + 23^2 + 23^3 + \dots + 23^{2014} + 23^{2015}.$$

- A. 5.   B. 3.   C. 0.   D. 9.   E. 7.

19. Una hoja de papel de  $21.5\text{cm} \times 28\text{cm}$  se dobla como se muestra en la Figura 2. ¿Cuánto mide  $AB$ ? Fíjate que el triángulo que tiene vértice en  $B$  y no contiene al segmento  $AB$  es mayor al triángulo con cateto de  $4.5\text{cm}$ .

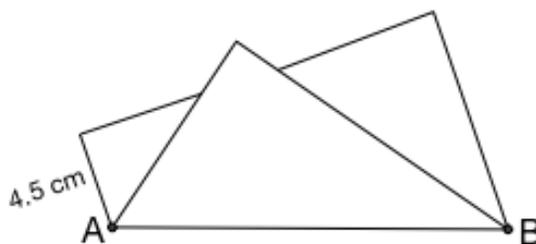


Figura 2: Figura para resolver el Problema 19.

- A.  $\sqrt{1073}$  cm   B. 45 cm   C. 1073 cm   D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  cm   E. No tenemos suficiente información.

20. Si  $x \geq 0$ , entonces  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$  =

- A.  $x\sqrt{x}$    B.  $x\sqrt[4]{x}$    C.  $\sqrt[8]{x}$    D.  $\sqrt[8]{x^3}$    E.  $\sqrt[8]{x^7}$

21. En una clase de 78 alumnos, 41 estudian francés, 22 estudian alemán y 9 estudian tanto francés como alemán. ¿Cuántos alumnos no estudian ni francés ni alemán?

- A. 6 alumnos   B. 15 alumnos   C. 24 alumnos   D. 33 alumnos   E. 54 alumnos

22. Considera los cuadrados de la Figura 3. ¿Cuánto vale  $x + y + z$ ?

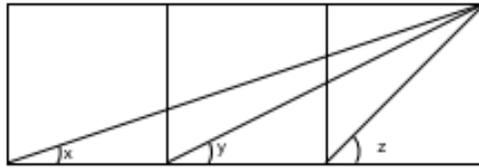


Figura 3: . Figura para el Problema 22.

- A.  $\frac{\pi}{2}$ .   B.  $\frac{7}{16}\pi$ .   C.  $\pi$ .   D.  $\frac{\pi}{4}$ .   E.  $\frac{\pi}{8}$ .

23. Se le dan a Pepe 4 tarjetas que tienen un número dibujado de un lado, y un color pintado del otro (rojo o azul). Hasta ahora, como las tarjetas están puestas sobre una mesa, solo puede ver un lado de cada una de ellas. Las tarjetas, en el orden en que las tiene acomodadas Pepe son:

- una tarjeta de color azul y que habría que voltear para conocer su número,
- una tarjeta de color roja y que habría que voltear para conocer su número,
- una tarjeta con un “1” y que habría que voltear para conocer su color,
- una tarjeta con un “4” y que habría que voltear para conocer su color.

Pepe tiene la teoría de que todas las tarjetas azules tienen un número par del otro lado.

¿Qué tarjetas tiene que voltear Pepe para determinar si su teoría puede ser válida?

- A. la primera y la segunda
- B. la primera y la tercera
- C. la primera y la cuarta
- D. la segunda y la tercera
- E. la segunda y la cuarta

24. En un grupo de bachillerato todos los alumnos deben elegir *una sola* materia optativa de entre tres asignaturas: Literatura, Psicología o Francés. El número de alumnos inscritos en Literatura representa el 60% del total de alumnos del grupo. Si tres alumnos de Psicología se hubieran inscrito en Francés, entonces estas dos materias tendrían el mismo número de alumnos. Finalmente, el doble de la diferencia del número de inscritos en Literatura y en Psicología es el triple de la diferencia de los inscritos en Psicología y en Francés. ¿Cuál es el número total de alumnos en el grupo (en las tres asignaturas) ?

- A. 20 alumnos.   B. 30 alumnos.   C. 50 alumnos.   D. 60 alumnos.   E. 100 alumnos.