

- Lea todas las instrucciones y preguntas con cuidado antes de comenzar.
- Cada problema vale cuatro puntos y el total del examen son 12 puntos. El total se calcula tomando los tres problemas con mayor calificación.
- No se permite el uso de notas, libros, ni dispositivos electrónicos.
- Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.
- Sus soluciones deben ser legibles y estar bien organizadas. No se corregirán aquellas soluciones que no puedan ser comprendidas.
- El examen tiene duración de una hora.

**Nombre completo:** \_\_\_\_\_

Problema:	1	2	3	4	5	6	Total
Valor:	4	4	4	4	4	4	12
Puntaje:							

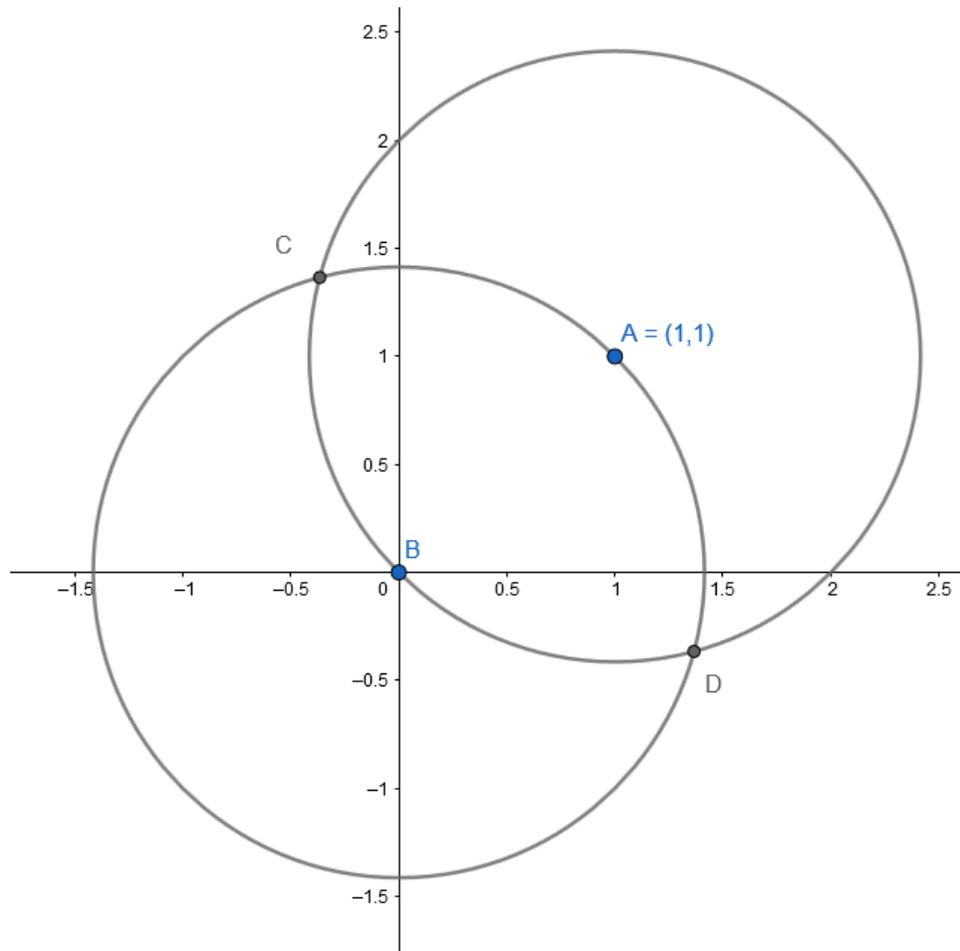
**¡Disfruta el examen y buena suerte!**



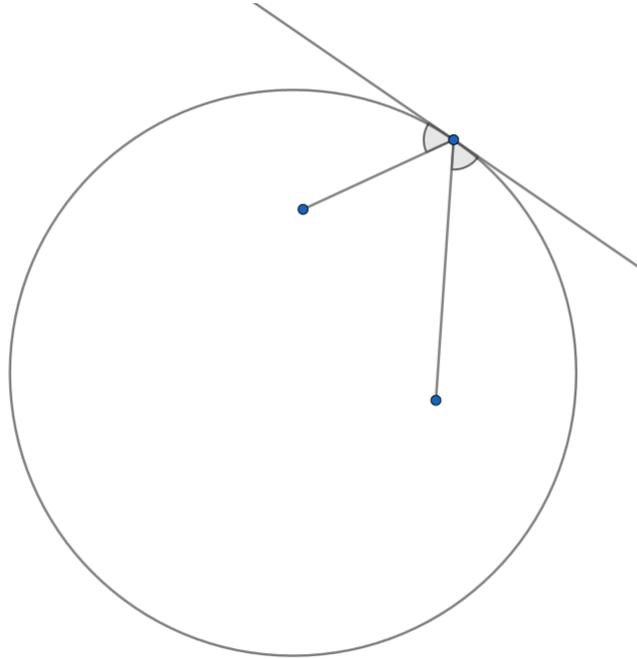
1. Sea  $l$  la recta de ecuación  $2x + y = 2$ .
  - (I) (+2) Halle la ecuación de las bisectrices de los ángulos que forma  $l$  con el eje  $y$ .
  - (II) (+2) Encuentre las ecuaciones de las dos circunferencias en el primer cuadrante que son tangentes a los ejes coordenados y a la recta  $l$  simultáneamente.

2. (+4) Para  $m \in \mathbb{R}$  arbitrario, encuentre las intersecciones de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 1$  con la recta de pendiente  $m$  que pasa por el punto  $(-1, 0)$ .

3. (+4) Halle las coordenadas de los puntos de intersección de las dos circunferencias en el siguiente dibujo



4. (+4) Un billar en una mesa circular dada por  $\{x^2 + y^2 < 1\}$ , funciona de la siguiente forma: Cuando una bola choca con el borde de la mesa esta rebota de tal manera que la trayectoria forma ángulos iguales con la recta tangente en el punto de choque:



Determine las posibles pendientes con la cual debemos pegarle a una bola en  $(1/2, 0)$  para que esta rebote y luego le pegue a otra bola en  $(-1/2, 1/2)$ .

5. Encuentre la ecuación de las siguientes parábolas en cada caso:

- (I) (+1) Foco  $F = (1, 1)$  y directriz  $2x + y = 2$
- (II) (+1) El eje es vertical y pasa por los puntos  $(1, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 3)$ .
- (III) (+1) El eje es vertical, pasa por  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ , y el máximo valor de la coordenada  $y$  es 3.
- (IV) (+1) El eje es vertical, pasa por  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$ , y la recta  $y = 3x$  es tangente por arriba.

6. (+4) La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es constante e igual a 2. Halle la mayor área posible que este triángulo puede tener.