

- Lea todas las instrucciones y preguntas con cuidado antes de comenzar.
- Cada problema vale cuatro puntos y el total del examen son 12 puntos.
El total se calcula tomando los tres problemas con mayor calificación.
- No se permite el uso de notas, libros, ni dispositivos electrónicos.
- Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.
- Sus soluciones deben ser legibles y estar bien organizadas.
No se corregirán aquellas soluciones que no puedan ser comprendidas.
- El examen tiene duración de una hora.

Nombre completo: _____

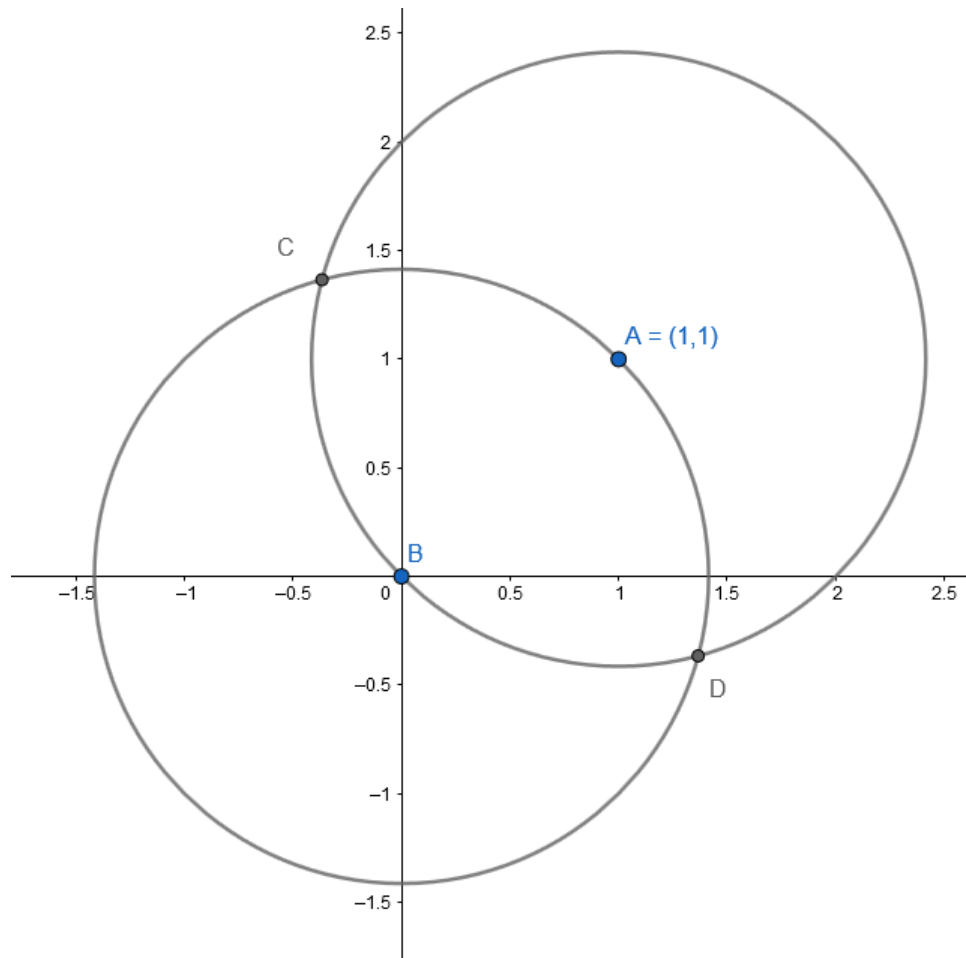
Problema:	1	2	3	4	5	6	Total
Valor:	4	4	4	4	4	4	12
Puntaje:							

¡Disfruta el examen y buena suerte!

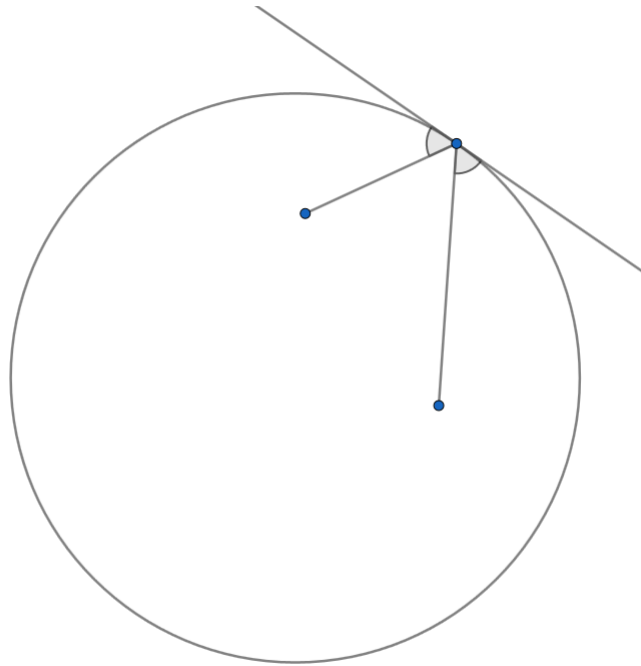
1. Sea l la recta de ecuación $2x + y = 2$.
 - (I) (+2) Halle la ecuación de las bisectrices de los ángulos que forma l con el eje y .
 - (II) (+2) Encuentre las ecuaciones de las dos circunferencias en el primer cuadrante que son tangentes a los ejes coordenados y a la recta l simultáneamente.

2. (+4) Para $m \in \mathbb{R}$ arbitrario, encuentre las intersecciones de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ con la recta de pendiente m que pasa por el punto $(-1, 0)$.

3. (+4) Halle las coordenadas de los puntos de intersección de las dos circunferencias en el siguiente dibujo



4. (+4) Un billar en una mesa circular dada por $\{x^2 + y^2 < 1\}$, funciona de la siguiente forma: Cuando una bola choca con el borde de la mesa esta rebota de tal manera que la trayectoria forma ángulos iguales con la recta tangente en el punto de choque:



Determine las posibles pendientes con la cual debemos pegarle a una bola en $(1/2, 0)$ para que esta rebote y luego le pegue a otra bola en $(-1/2, 1/2)$.

5. Encuentre la ecuación de las siguientes parábolas en cada caso:

- (I) (+1) Foco $F = (1, 1)$ y directriz $2x + y = 2$
- (II) (+1) El eje es vertical y pasa por los puntos $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 3)$.
- (III) (+1) El eje es vertical, pasa por $(0, 0)$, $(2, 0)$, y el máximo valor de la coordenada y es 3.
- (IV) (+1) El eje es vertical, pasa por $(0, 0)$, $(2, 1)$, y la recta $y = 3x$ es tangente por arriba.

6. (+4) La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es constante e igual a 2. Halle la mayor área posible que este triángulo puede tener.