

- Lea todas las instrucciones y preguntas con cuidado antes de comenzar.
- Cada problema vale cuatro puntos y el total del examen son 12 puntos. El total se calcula tomando los tres problemas con mayor calificación.
- No se permite el uso de notas, libros, ni dispositivos electrónicos.
- Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.
- Sus soluciones deben ser legibles y estar bien organizadas. No se corregirán aquellas soluciones que no puedan ser comprendidas.

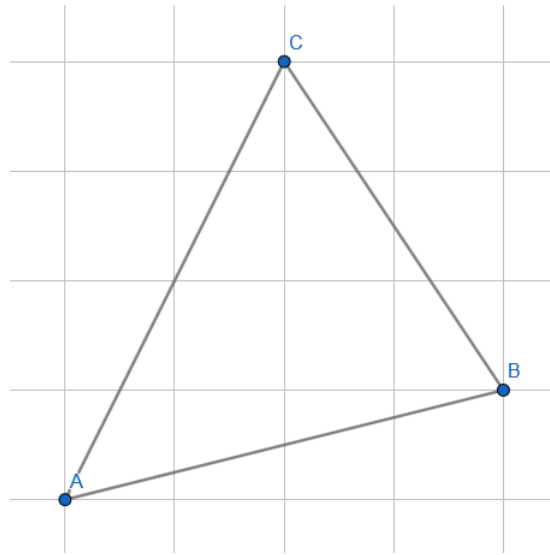
**Nombre completo:** \_\_\_\_\_

Problema:	1	2	3	4	5	6	Total
Valor:	4	4	4	4	4	4	12
Puntaje:							

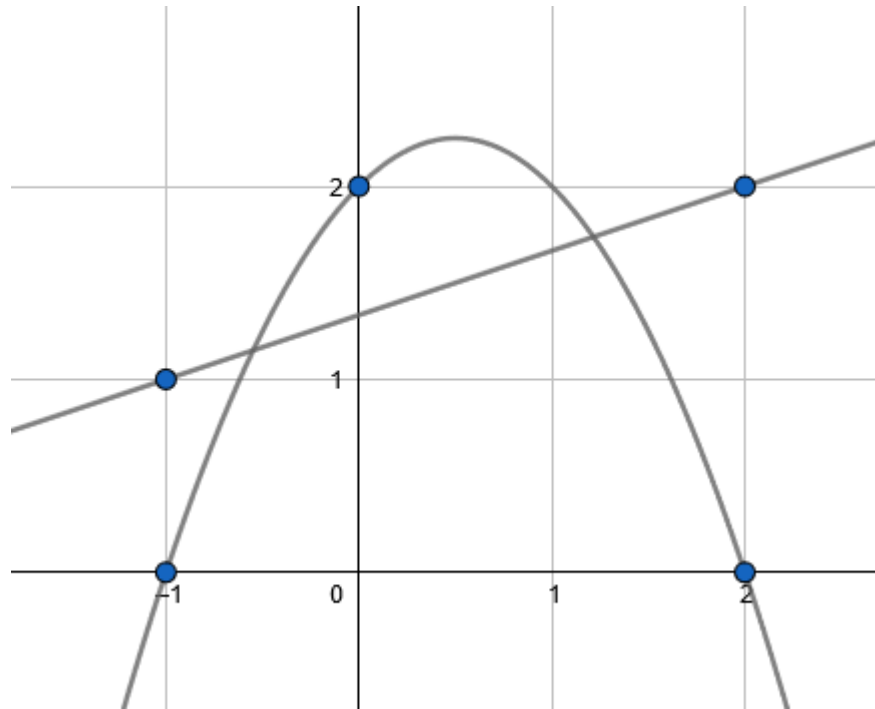
**¡Disfruta el examen y buena suerte!**



1. (+4) ¿Cuál es el vértice más cercano al lado opuesto en el triángulo  $ABC$ ?



2. (+4) Halle las coordenadas de las intersecciones entre la recta y la parábola en la siguiente figura



3. (+4) Identifique el lugar geométrico que corresponde a cada ecuación

**A**  $x^2 + y^2 - 4y = 1$

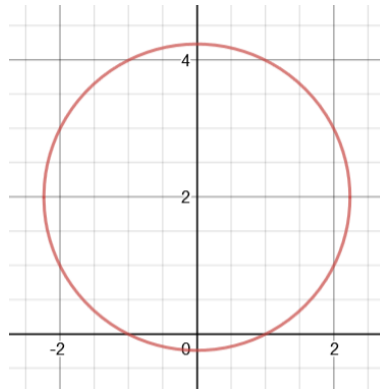
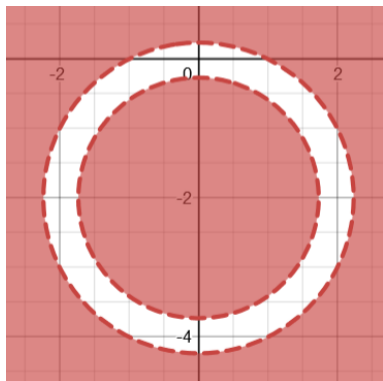
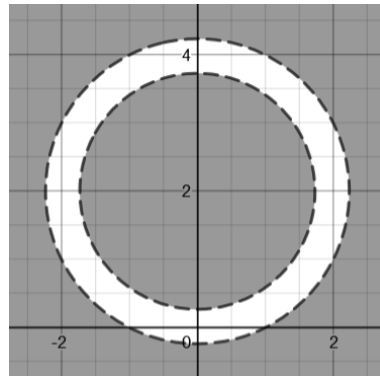
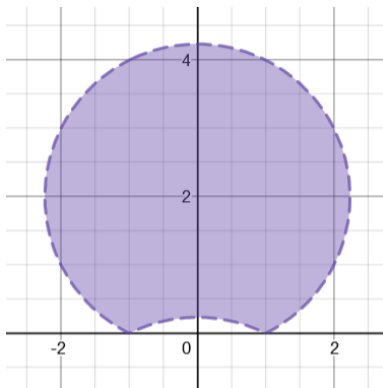
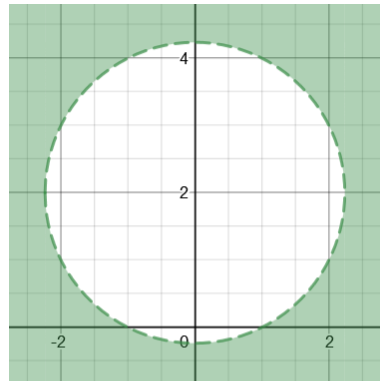
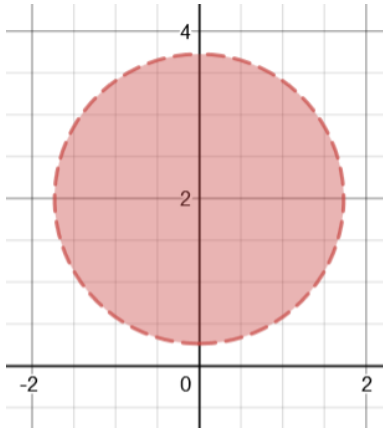
**B**  $x^2 + y^2 + 1 < 4y$

**C**  $x^2 + y^2 - 1 > 4y$

**D**  $|x^2 + y^2 - 1| < 4y$

**E**  $|x^2 + y^2 - 4y| > 1$

**F**  $|x^2 + y^2 + 4y| > 1$



4. (+4) Dé la ecuación de cada una de las siguientes hipérbolas:

- Focos:  $F_1 = (-1, 0)$ ,  $F_2 = (1, 0)$  y pasa por  $(1, 1)$ .
- Focos:  $F_1 = (0, 0)$ ,  $F_2 = (1, 1)$  y  $a = 1$ .
- Centro:  $C = (0, 0)$ , vértice  $V = (1, 2)$  y foco  $F = (2, 4)$ .
- Foco  $F = (0, 0)$ , directriz  $x + y = 1$  y excentricidad  $\epsilon = 2$ .

5. (+4) Sea  $H = \{(x, y) \mid xy = 1\}$ . Dibuje y escriba la ecuación del lugar geométrico que resulta en cada uno de los siguientes pasos:
1. Escalamos  $H$  con factor 2 horizontal y verticalmente.
  2. Trasladamos el resultado por el vector  $(1, 1)$ .
  3. Rotamos el resultado por un ángulo de  $45^\circ$  (en el sentido anti-horario).

6. (+4) Demuestre que para cualquier punto  $P$  en la hipérbola  $xy = 4$ , y cualquier punto  $Q$  en la elipse  $x^2 + 4y^2 = 4$  la distancia entre ellos siempre es por lo menos 1.