

Cálculo estocástico

Agosto-Diciembre 2021

Información de contacto:

Arturo Jaramillo Gil.

Oficina: Por determinarse.

E-mail: jagil@cimat.mx.

Clases en línea: de acuerdo a las medidas sanitarias establecidas para reducir la propagación del virus COVID-19, las clases comenzarán ofreciéndose en formato virtual. Las sesiones se llevarán a cabo mediante la plataforma Zoom. La información requerida es la siguiente:

Liga: [shorturl.at\otyC2](https://shorturl.at/otyC2)

Meeting ID: 861 6015 1353

Passcode: pye

Horas de oficina: se ofrecerán horas de oficinas los días miércoles de cada semana a las 2:00 pm. Durante éste tiempo se abrirá la misma liga de Zoom que la clase.

Se invita a los alumnos a adicionalmente contactarme vía email para agendar citas adicionales, en caso de que lo requieran necesario (le sugiero que no duden en contartarme siempre se requiera, cualquier pregunta o sugerencia será siempre bienvenida).

Tareas: se asignarán tareas quincenales. Dichas tareas se publicarán en la página del curso y se entregarán mediante Google classroom. Se les invita a realizar las tareas en formato libre (pueden hacerlas en papel con letra legible y mandar fotos de las mismas o enviar documentos escritos en Latex o Word) siempre y cuando se envíen en pdf con nombre de archivo escrito en el siguiente formato:

(apellido)_(nombre)_tarea_(número de tarea).pdf.

Se les informa que únicamente las tareas de los alumnos inscritos serán calificadas. Si usted es un alumno oyente tendrá igualmente acceso a las tareas en la página oficial, pero no se le agregará a la cuenta de Google classroom. Les pido amablemente que me hagan llegar un correo solicitando acceso a Google classroom al inicio del curso.

Presentaciones: durante las últimas sesiones del curso, se organizarán presentaciones finales que los alumnos realizarán en equipo, las cuales contribuirán a su nota final mediante la rúbrica presentada en la sección “tareas del curso”.

Página del curso: las tareas y soluciones a los exámenes serán puestos a su disposición en la liga

[https : \\www.cimat.mx\~jagil\Cursos](https://www.cimat.mx/~jagil/Cursos)

Objetivos generales del curso:

- Hacer un estudio integral de las propiedades y aplicaciones del movimiento browniano y de la integral estocástica.
- Introducir los modelos fundamentales de ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Adquirir intuición sobre los modelos estudiados utilizando herramientas informáticas.

Objetivos Específicos del curso:

- Estudiar las propiedades básicas del movimiento Browniano, integrales de Ito, Semimartingalas ecuaciones diferenciales estocásticas, así como entender su utilidad para modelar fenómenos que se observan de diversas disciplinas.

Requisitos: Familiaridad con los conceptos básicos de teoría de la medida: σ -álgebras, esperanza condicional, independencia, lema de Borel-cantelli. Variables aleatorias discretas, principales distribuciones y su génesis. Variables aleatorias continuas, principales distribuciones y su génesis. Función característica. Distribuciones de probabilidad conjuntas. Martingalas a tiempo discreto y tiempos de paro.

Contenido sintético:

- Procesos Gaussianos y ruido blanco.
- Movimiento Browniano
 - Propiedades trayectoriales.
 - Propiedad de Markov y Propiedad de Markov fuerte.
- Martingalas
 - Filtraciones.
 - Tiempos de paro.
 - Teoremas de paro óptimo.
- Semimartingalas
 - Procesos de variación finita.
 - Martingalas locales.
 - Variación cuadrática.
- Integración estocástica
 - Construcción.
 - Fórmula de Ito.
 - Teorema de caracterización de Levy.
 - Representación de martingalas como Brownianos cambiados de tiempo.
 - La desigualdad de Burkholder-Davis Gundy.
 - Representación de martingalas como integrales estocásticas.
 - Teorema de Girsanov.
- Ecuaciones diferenciales estocásticas
 - Definiciones generales.
 - Existencia y unicidad de las soluciones.

Ejemplos.

Evaluación del curso: La nota final estará basada únicamente en los puntos ganados por el alumno, de acuerdo a la rúbrica que se muestra a continuación. Un máximo de 100 estarán distribuidos de la siguiente manera:

Tareas quincenales	50 puntos
Participación	20 puntos
Examen parcial	10 puntos
Examen final	10 puntos
Exposiciones sobre el curso	10 puntos
Total	100 puntos

Calendario tentativo de exámenes

- Por anunciarse.

Tareas: *No se aceptarán tareas entregadas después de la fecha establecida.*

Fechas importantes durante el semestre: Días de asueto los días 16 de Septiembre, 15 de Noviembre.

Bibliografía recomendada: Seguiremos principalmente el libro de Le Gall “Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus”, aunque ocasionalmente también haremos uso de las siguientes referencias:

- Le Gall. Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus.
- Klebaner F.C. Introduction to Stochastic Calculus With Applications.
- Oksendal. Stochastic differential equations.

Descargo de responsabilidad: El profesor reserva el derecho de modificar fechas (por ejemplo horas de oficina, o fechas de examen) y procedimientos descritos en la presente carta descriptiva. Cualquier cambio de ésta naturaleza será anunciado en la clase. Es responsabilidad del alumno el mantenerse informado de dichos cambios.