

Repaso de análisis
(Medida y Estadística matemática)
Quiz 1

Arturo Jaramillo Gil

Ejercicio 1

Demuestra que la sucesión

$$a_n := \frac{(e^n + 1) \sin(n)^n}{n^2 + n + e^n}$$

tiene una subsucesión convergente.

Ejercicio 2

Considera la sucesión de funciones $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f_n(x) := \cos(2\pi nx)x^n$.

- (1) Es cierto que f_n converge puntualmente?
- (2) Es cierto que f_n converge uniformemente?

Ejercicio 3

Supón que $\{a_n\}_n$ es una sucesión tal que $|a_{n+1} - a_n| \leq e^{-n}$. Demuestra que $\{a_n\}$ es de Cauchy.

Ejercicio 4

Calcula el límite superior y el límite inferior de las siguientes sucesiones

- (1) $a_n := 3 - (-1)^n$
- (2) $a_n := \cos(n\pi/2)$
- (3) $a_n := y_n/n$, donde $\{y_n\}$ es una sucesión acotada

Ejercicio 5

Sea $\{a_n\}_{n \geq 1}$ una sucesión acotada y $\{b_n\}$ una sucesión convergente. Muestra que

$$\limsup_n (a_n + b_n) = \lim_n b_n + \limsup_n a_n$$