

## Teoría de la medida- Tarea 1

Arturo Jaramillo Gil

### Ejercicio 1

Demuestra de primeros principios que si  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  es una sucesión no decreciente y acotada, entonces es convergente.

### Ejercicio 2

Justifica la existencia del límite de la sucesión  $a_n := \frac{n^4 + \sin(n)}{n(n^2 - 2)(3n + 2)}$  y encuentra su valor. Sugiero tomar un minuto para pensar en una justificación sencilla de escribir.

### Ejercicio 3

Sea  $a_n$  la sucesión definida recursivamente mediante  $a_1 := 1$   $a_{n+1} := \sqrt{2 + x_n}$ . Justifica la existencia de  $\lim_n a_n$  y encuentra su valor

### Ejercicio 4

Interpretando la expansión decimal  $0.a_1a_2 \dots$  como

$$0.a_1a_2 \dots = \lim_n \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{10^k},$$

demuestra que  $1/2 = 0.499 \dots$ .