

Repaso de análisis real- Tarea 3

Arturo Jaramillo Gil

Ejercicio 1

Considere una función $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Muestre que

$$\int_a^b |f(x)| dx \leq \sqrt{b-a} \left(\int_a^b |f(x)|^2 dx \right)^{1/2}.$$

Puedes utilizar sin demostrar la desigualdad de Cauchy-Schwarz para tuplas en \mathbb{R}^n .

Ejercicio 2

Demuestra la siguiente versión del teorema de la función inversa:

Sea $I \subset \mathbb{R}$ un intervalo abierto. Suponga que $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ es una función inyectiva y continua. Sea $a \in f(I)$ y defina $b := f^{-1}(a)$. Suponga que $f'(b)$ existe y es distinta de cero. Muestra que f^{-1} es diferenciable en a y

$$(f^{-1})'(a) = \frac{1}{f'(b)}.$$

Puedes suponer sin pérdida de generalidad que f es estrictamente creciente en I .