

Teoría de la medida- Tarea 11

Arturo Jaramillo Gil

Instrucciones

Resuelve los ejercicios y escríbelos en Latex.

Ejercicio 1

Sea $\{f_n\}_{n \geq 1}$ una sucesión en $M_r(X, \mathcal{A})$ tal que $\int_A \sup\{|f_n| ; n \geq 1\} d\mu < \infty$ para $A \in \mathcal{A}$. Demuestra que

$$\int_A \limsup_n f_n \geq \limsup_n \int_A f_n d\mu.$$

Ejercicio 2

Sea $f \in L(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}), \lambda)$. Demuestra que si f es continua, la función

$$g(t) := \sup\left\{ \int_{\mathbb{R}} |f(x+y) - f(x)| \lambda(dx) ; |y| \leq t \right\}.$$

es continua en $t = 0$.

Ejercicio 3

Suponga que $f_n \in M^+(X, \mathcal{A})$ es tal que $\int_X f_n d\mu = 0$. Mostrar que

$$\lim_n \int_X (1 - e^{-f_n}) \mu(dx) = 0$$