Teoría de la medida- Tarea 7

Arturo Jaramillo Gil

Ejercicio 1
Sea (X, d) un espacio métrico y suponga que μ es una medida finita en $(X, \mathcal{B}(X))$ (donde $\mathcal{B}(X)$ denota a la σ-álgebra de Borel). Demostrar que la completación $\widetilde{\mathcal{B}(X)}$ con respecto a μ coincide con la clase de todos los $B \subset X$, tal que para cada $\varepsilon > 0$, existen conjuntos abiertos F^c y G, tal que $F \subset B \subset G$ y $\mu(G \backslash F) < \varepsilon$.

Ejercicio 2
Sea γ una medida definida en $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$, tal que $\gamma((0,1]) = 1$ y $\gamma(A + b) = \gamma(A)$ para todo $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$ y $b \in \mathbb{R}$. Demostrar que γ es la medida de Lebesgue[1].

Ejercicio 3
Da un ejemplo de una medida que no sea regular exteriormente.

[1]El conjunto $A + b$ está definido como $A + b := \{a + b \ ; \ a \in A\}$.