Teoría de la medida- Tarea 9

Arturo Jaramillo Gil

Ejercicio 1

Sea $(X, \mathcal{F})$ un espacio medible y $\{f_n\}_{n\geq 1}$ una sucesión de funciones medibles de X a un espacio métrico separable y completo Y. Prueba que el conjunto de puntos en los que la sucesión $\{f_n\}$ es convergente, es medible.

Ejercicio 2

Sea Ω un conjunto (no necesariamente contable) de funciones continuas definidas sobre $[0,1]$. Demostrar que las funciones

$$x \mapsto \inf_{f\in\Omega} f(x) \qquad \text{y} \qquad x \mapsto \sup_{f\in\Omega} f(x)$$

son medibles. *Hint: (i) qué tipo de conjuntos sencillos de* $\mathbb{R}$ *son intuitivamente compatibles con la operación de tomar ínfimos o supremos? utiliza dichos conjuntos como conjuntos generadores para* $\mathcal{B}(\mathbb{R})$.