

MODELOS ESTOCÁSTICOS AYUDANTIA 5 SEPTIEMBRE

ARTURO JARAMILLO

- **Modelo de Ehrenfest:** Consideramos dos cajas A y B que contienen un total de N bolas. Seleccionamos al azar una de las n bolas y la colocamos en la otra caja. Sea X_n el número de bolas en la caja A después de la n ésima transición. Muestra que $\{X_n\}_n \geq 1$ es una cadena de Markov. Calcula su función de transición.
- **Modelo de inventario:** Una tienda de aparatos electrónicos vende un sistema de juegos de video y opera bajo el siguiente esquema: Si al final del día el número de unidades disponibles es uno o cero, se ordenan nuevas unidades para llevar el total a cinco. Para simplificar supondremos que la nueva mercancía llega antes de que la tienda abra al día siguiente. Sea X_n el número de unidades disponibles al final del n ésimo día y supongamos que el número de clientes que quieren comprar un juego en un día es 0, 1, 2, 3 con probabilidades 0.3, 0.4, 0.2, 0.1. Demuestra que X_n es una cadena de Markov. Calcula su matriz de transición.
- **Rachas:** Realizamos una sucesión de juegos en idénticas condiciones con probabilidad de éxito p y de fracaso $1 - p$. Decimos que ocurre una racha de longitud k en el juego n si han ocurrido k éxitos sucesivos en el instante n luego de un fracaso en el instante $n - k$. Para estudiar este proceso como una cadena de Markov definimos los siguientes estados: Si el ensayo resulta en fracaso, el estado es cero. Si el resultado es en éxito, el estado es el número de éxitos que han ocurrido en sucesión. Por lo tanto, desde cualquier estado i puede haber una transición al estado cero (si hay un fracaso en el próximo juego) con probabilidad $1 - p$, mientras que si hay un éxito la racha continúa y la transición es de i a $i + 1$. Cual es la matriz de transición?