

MODELOS ESTOCÁSTICOS

23 AGOSTO

ARTURO JARAMILLO

Definimos la varianza condicional de X dad Y por

$$\mathbb{V}\text{ar}[X | Y] := \mathbb{E}[X^2 | Y] - (\mathbb{E}[X | Y])^2.$$

Sean X, Y, Z variables aleatorias con segundo momento finito.

- Demuestra que

$$\mathbb{V}\text{ar}[Y] = \mathbb{E}[\mathbb{V}\text{ar}[Y | X]] + \mathbb{V}\text{ar}[\mathbb{E}[Y | X]].$$

- Demuestra la siguiente formula

$$\mathbb{C}\text{ov}[X, Y] = \mathbb{E}[\mathbb{C}\text{ov}[X, Y | Z]] + \mathbb{C}\text{ov}[\mathbb{E}[X | Z], \mathbb{E}[Y | Z]],$$

donde

$$\mathbb{C}\text{ov}[X, Y | Z] := \mathbb{E}[XY | Z] - \mathbb{E}[X | Z]\mathbb{E}[Y | Z]$$

Importante: Nota que $\mathbb{V}\text{ar}[X | Y], \mathbb{C}\text{ov}[X, Y | Z]$ son variables aleatorias, no números!