MODELOS ESTOCÁSTICOS

TAREA 13 SEPTIEMBRE

ARTURO JARAMILLO

Ejercicio 1

Supongamos que un virus puede existir (habitar) en N diferentes cepas y que en cada generación, el virus puede quedarse en la cepa en la que se encuentra, o bien mutar (moverse) a una cepa diferente, con probabilidad α . Cuando se lleva a cabo la transición de cepa, ésta se escoge de manera uniforme, de manera independiente a la historia de transiciones del virus. Modela la evolución de la cepa habitada mediante una cadena de Markov. Cuál es la matriz de transición? Cuál es la probabilidad de que en la n -ésima generación, el virus se encuentre en la misma generación que cuando inició?

Ejercicio 2

Supongamos que $\{X_k\}_{k \geq 1}$ es una cadena de Markov con matriz de transición P . Supongamos que $Y_k = X_{k\ell}$, donde ℓ es un número natural dado. Muestra que Y es una cadena de Markov

Ejercicio 3

Una pulga salta en los vértices de un triángulo, con todos los saltos igualmente probables (no puede saltar y aterrizar en el vértice de donde salió). Encuentra la probabilidad de que después de n saltos, la pulga termine en el lugar donde comenzó.

Ejercicio 4

Un pulpo es entrenado para escoger al objeto A entre un par de objetos A y B repitiendo entrenamientos en los cuales se le muestran ambos objetos y se le recompensa con comida cuando escoge la opción A . El pulpo puede estar en uno de tres posibles estados mentales: en el estado uno, no puede recordar que objeto da recompensa, y elige de manera uniforme las dos opciones. En el estado 2, recuerda cual es la opción correcta y escoge A , pero olvida enseguida qué opción correcta después de recibir la recompensa. En el estado 3, el pulpo recuerda cual es la opción correcta y nunca más la vuelve a olvidar. Después de cada intento, el estado mental del pulpo cambia de acuerdo a la siguiente regla: si se encuentra en el estado uno, transita al estado uno con probabilidad $1/2$ y al estado dos con probabilidad $1/2$. Si se encuentra en el estado dos, transita al estado uno con probabilidad $1/2$, al estado dos con probabilidad $1/12$ y al estado tres con probabilidad $5/12$. Si el pulpo comienza en el estado uno, cuál es la probabilidad de que se encuentre en el estado uno después de $n + 1$ intentos? Cuál es la probabilidad de que el pulpo escoja la opción A en el $(n + 1)$ -ésimo intento?