MODELOS ESTOCÁSTICOS

TAREA 27 SEPTIEMBRE

ARTURO JARAMILLO

- Demuestra que x accede a y si y sólo si existe un conjunto de estados $x_0, \dots, x_m \in \mathcal{E}$, tales que $x_0 = x$, $x_m = y$ y $P_{x_i, x_{i+1}} > 0$ para todo $i = 0, \dots, m - 1$.
- Considera la gráfica con vértices $\mathcal{E}$ y aristas (no dirigidas!) construidas conectando x con y si x accede a y . Demuestra que si C_1, C_2 son dos componentes conexas distintas de la gráfica, entonces $x \not\leftrightarrow y$ si $x \in C_1$ y $y \in C_2$.
- Decimos que un conjunto $C \subset \mathcal{R}$ es cerrado si desde ningún estado de C se tiene acceso a estados que estén fuera de C . Es decir, $P_{i,j}^n = 0$ si $i \in C$, $j \notin C$ y $n \geq 1$. Un conjunto cerrado es irreducible si todos sus estados se comunican. Da un ejemplo de una cadena de Markov y un subconjunto del espacio de estados que se cerrada pero no irreducible. Es cierto que una clase de comunicación cerrada es irreducible?
- Para cada una de las siguientes matrices de transición, determina sus clases de comunicación. Para cada clase de comunicación, determina si es o no cerrada.

$$(a) \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0.3 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0.4 & 0.4 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.4 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/8 & 1/4 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$