

MODELOS ESTOCÁSTICOS

TAREA 4 OCTUBRE

ARTURO JARAMILLO

- (1) Reproduce la prueba de los siguientes resultados vistos en clase, dando un ejemplo explícito de una cadena de Markov donde la aplicación que demuestres se aplique:
- Si i accede a j y j no accede a i , entonces i es transitorio
 - Si i es recurrente y además i accede a j , entonces j es recurrente y $\rho_{i,j} = \rho_{j,i} = 1$.
 - Si C es un conjunto finito, irreducible y cerrado, entonces todos los estados de C son recurrentes.
- (2) Considere un paseo al azar simple: $P_{i,i+1} = p = 1 - P_{i,i-1}$ para $p \in (0, 1)$ $0 < i < N$, con estados absorbentes en los extremos: $P_{0,0} = P_{N,N} = 1$. Sean $T_1 = \inf\{n ; X_n = N\}$, el tiempo de llegada de la cadena a N (dicho tiempo es infinito, si la cadena es absorbida en cero). Defina también $T = \inf\{n ; X_n \in \{0, N\}\}$, el instante en el cual la cadena entra al estado absorbente.
- Calcula la probabilidad de que T_1 sea finito en el caso $p = 1/2$
 - Calcula la probabilidad de que T_1 sea finito en el caso $p \neq 1/2$
 - Calcula el tiempo esperado de llegada $\mathbb{E}_i[T]$ en el caso $p = 1/2$
 - Calcula el tiempo esperado de llegada $\mathbb{E}_i[T]$ en el caso $p \neq 1/2$