MODELOS ESTOCÁSTICOS
6 SEPTIEMBRE

ARTURO JARAMILLO

Ejercicio 1

Sea $\{X_k\}_{1 \leq k \leq n}$ una sucesión de variables independientes con distribución exponencial de parámetros $\lambda_1, \dots, \lambda_n > 0$.

- (1) Demuestra que la variable $Y = \min_{1 \leq k \leq n} X_k$ también es exponencial. Cuál es su parámetro?
- (2) Demuestra que para $1 \leq k \leq n$,

$$\mathbb{P}[X_k = Y] = \frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \dots + \lambda_n}$$

Ejercicio 2

Sea A el triángulo de vértices $(0, 0)$; $(1, 0)$; $(0, 1)$ y suponga que X, Y tienen densidad conjunta

$$f(x, y) = C \mathbb{1}_A(x, y),$$

para una constante C adecuada.

- (1) Determine el valor de la constante C .
- (2) Halle las distribuciones marginales de X , de Y y la de $Z := X + Y$.
- (3) Son X, Y independientes? Por qué?

Ejercicio 3

Sean X, Y variables aleatorias independientes tales que $X \sim \text{Bin}(m, p)$, $Y \sim \text{Bin}(n, p)$. Obtenga la distribución condicional de X dada $X + Y$.