

EJERCICIOS 16 DE AGOSTO

ARTURO JARAMILLO

- (1) Muestra que si I es un conjunto arbitrario y $\{\mathcal{F}_i\}_{i \in I}$ es una colección de σ -álgebras sobre Ω , entonces

$$\bigcap_{i \in I} \mathcal{F}_i$$

es una σ -álgebra sobre Ω .

- (2) Sea $\mathcal{C} \subset 2^\Omega$ una colección arbitraria y denotemos por $\mathfrak{A}(\mathcal{C})$ a las σ -álgebras sobre Ω que contienen a $\mathcal{C}$. Muestra que $\mathfrak{A}(\mathcal{C})$ es no-vacía, por lo que podemos definir

$$\sigma(\mathcal{C}) := \bigcap_{\mathcal{G} \in \mathfrak{A}(\mathcal{C})} \mathcal{G}.$$

Dicha σ -álgebra se conoce como la σ -álgebra generada por $\mathcal{C}$. Muestra que $\sigma(\mathcal{C})$ es la mínima σ álgebra que contiene a $\mathcal{C}$.