

MODELOS ESTOCÁSTICOS

23 AGOSTO

ARTURO JARAMILLO

Ejercicio 1

Sea Ω un conjunto cualquiera y 2^Ω el conjunto potencia de Ω .

- Demuestre que 2^Ω es una σ -álgebra.
- Demuestre que la intersección de (cualquier cantidad!) de σ -álgebras es también una σ -álgebra.
- Usando los incisos anteriores demuestre que dada cualquier colección \mathcal{C} de subconjuntos de Ω , existe una mínima σ -álgebra que contiene a \mathcal{C} , que denotamos por $\sigma(\mathcal{C})$ (mínima quiere decir que si \mathcal{A} es cualquier σ -álgebra que contiene a \mathcal{C} , entonces también contiene a $\sigma(\mathcal{C})$). En el caso en que $\Omega = \mathbb{R}^d$ y \mathcal{C} consiste en los conjuntos abiertos de \mathbb{R}^d , la σ -álgebra asociada se conoce como σ -álgebra de Borel.

Ejercicio 2

Luego de una serie de pruebas para evaluar un nuevo tipo de examen para detectar cáncer, se ha determinado que 97 por ciento de los pacientes cancerosos de un hospital reaccionan positivamente, mientras que sólo 5 por ciento de aquellos que no tienen cáncer muestran un resultado positivo. Si 2 por ciento de los pacientes del hospital tienen cáncer, cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar que reacciona positivamente al examen, realmente tenga cáncer?

Ejercicio 3

Tres sucursales de una tienda tienen 8, 12, y 14 empleados de los cuales 4, 7 y 10 son mujeres, respectivamente.

- Se escoge una sucursal al azar y de ella se escoge un empleado. Si éste es una mujer, cuál es la probabilidad de que ella trabaje en la sucursal con 12 empleados?
- Si se escoge un segundo empleado de la misma sucursal, cuál es la probabilidad de que se escoja una mujer?