

EXAMEN PARCIAL 1

CÁLCULO DIFERENCIAL

Instrucciones:

- En cada uno de los siguientes problemas, es indispensable mostrar su procedimiento y escribir sus razonamientos completos. En particular, no basta escribir un número o expresión como respuesta o garabatear algunas cuentas intermedias. Imagine que está explicando el ejercicio y su solución a alguien más.
- Resuelva cada problema en una hoja (u hojas) de manera independiente. En otras palabras, no debe haber dos o más problemas distintos en la misma hoja o página.
- Es indispensable escribir su nombre completo en cada hoja de su examen y el enunciado **completo** de cada problema.
- Al término de su examen debe escanear **de manera completamente legible** todo su trabajo y mandarlo a jesus.nunez@cimat.mx con el asunto “examen 1 cálculo diferencial -nombre-”, reemplazando -nombre- por su nombre completo. Así también se le pedirá que lo suba a classroom posteriormente siguiendo las indicaciones dadas al término del examen. Para hacer esto, dispondrá de cinco minutos. Los documentos que suba a classroom y que mande al correo indicado deben coincidir en su totalidad.
- En el caso de que alguna parte de su examen sea ilegible o inentendible (a juicio del profesor) usted acepta implícitamente al tomar el examen que la parte en cuestión no sea tomada en cuenta o genere pérdida de puntos de su calificación.
- Al tomar este examen usted acepta implícitamente que no copiará o hará trampa de ninguna manera. En caso de que sea encontrado copiando o haciendo trampa (a juicio inapelable del profesor) usted acepta la anulación automática de su trabajo y cero como calificación.

Problemas:

(1) Considere la función

$$h(z) = \begin{cases} 6z & \text{si } z \leq -4 \\ 1 - 9z & \text{si } z > -4. \end{cases}$$

Encuentre $\lim_{z \rightarrow -4} h(z)$ o establezca que no existe según sea el caso.

(2) Evalúe o establezca que no existe el siguiente límite.

$$\lim_{y \rightarrow 7} \frac{y^2 - 4y - 21}{3y^2 - 17y - 28}$$

(3) Evalúe o establezca que no existe el siguiente límite.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(5\theta)}{\theta}$$

(4) Use el teorema del sandwich para evaluar el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

Con base en esto responda si la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

es continua en $x = 0$.

(5) Encuentre

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x - 24}{x^4 - x^2 + 84}$$

+ **Problema opcional.** Demuestre que toda función continua $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ tiene un *punto fijo*, es decir, existe algún $x \in [0, 1]$ tal que $f(x) = x$. *sugerencia: Utilice el teorema del valor intermedio.*