

TAREA 4

CÁLCULO INTEGRAL REPASO PARA EL PRIMER PARCIAL

Fecha de entrega: Lunes 1 de Marzo de 2021. Es indispensable preguntar todas sus dudas antes de la entrega de la tarea.

- (1) Encuentre el valor de las sumas siguientes: $\sum_{l=1}^8 (-1)^l 2^{l-2}$ y $\sum_{k=3}^7 \frac{(-1)^k 2^k}{k+1}$
- (2) En estadística se define la *media* m y la *varianza* v de una sucesión de números x_1, x_2, \dots, x_n por

$$m := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad v := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2.$$

Encuentre m y v para la sucesión de números 2, 5, 7, 8, 9, 10, 14.

- (3) Denote por A_a^b al área bajo la curva $y = x^2$ en el intervalo $[a, b]$.
- (a) Demuestre que $A_0^b = \frac{b^3}{3}$ utilizando el concepto de integral definida y su definición.
- (b) Suponga que $a \geq 0$ y demuestre que $A_a^b = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}$.
- (4) Evalúe las siguientes integrales definidas utilizando la definición.
- (a) $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$. *Sugerencia: Utilice como puntos muestra $\bar{x}_i = 2i/n$.*
- (a) $\int_{-1}^1 x^3 dx$. Utilice como puntos muestra a aquellos que considere mejor.
- (5) Utilice el primer teorema fundamental del cálculo para obtener la derivada de las siguientes funciones y determine en qué intervalos son crecientes para $x \geq 0$.
- (a) $f(x) = \int_0^x \frac{s}{\sqrt{1+s^2}} ds$.
- (b) $g(x) = \int_0^x \cos(u) du$.
- (6) La velocidad de un objeto es $v(t) = 2 - |t - 2|$. Suponiendo que el objeto está en el origen en el instante $t = 0$, determine una fórmula para su posición en el instante t . (*Sugerencia: tendrá que considerar de forma separada los intervalos $0 \leq t \leq 2$ y $t > 2$.*) ¿Cuándo, si esto sucede, el objeto regresará al origen?
- (7) Calcule la suma de Riemann $\sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$ con los datos que se dan.

(a) $f(x) = 2x - 3$

$$\mathcal{P} = \{3, 3.5, 4, 5, 6.5, 7\}$$

$$\bar{x}_1 = 3, \bar{x}_2 = 3.75, \bar{x}_3 = 4.75, \bar{x}_4 = 6, \bar{x}_5 = 6.5$$

- (8) Utilice el segundo teorema fundamental del cálculo, las propiedades de la integral definida y las antiderivadas que se ha visto en clase para evaluar las siguientes integrales definidas:

(a) $\int_{-1}^2 (3x^2 - 2x + 3)dx$

(b) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} 2 \sin(t)dt$.

- (9) Encuentre el área de la región acotada por las gráficas de las funciones $y = x^2$ y $y = \sqrt{x}$.