

Series de Tiempo

Problemas 2

Los problemas son para entregar el 21/10/2013.

1. Muestre que el operador de predicción que definimos $P(Y|X)$ (el mejor predictor lineal de Y dado X), es lineal en Y :

$$P(\alpha Y + \beta Z|X) = \alpha P(Y|X) + \beta P(Z|X).$$

2. Shumway & Stoffer 3.14

3. Considere la serie de tiempo en el archivo `sunspot.dat` que consiste de $n = 285$ observaciones del número de manchas solares por año, desde 1700 a 1984 (OJO: en el paquete `astsa` asociado al libro de Shumway & Stoffer hay otro archivo con el mismo nombre pero tiene datos mensuales. Para el ejercicio usen los archivos que les enviaré por correo). Se cree que las manchas solares afectan los patrones meteorológicos. Esta serie de tiempo ha sido estudiada por muchos autores y tiene gran importancia histórica en el inicio del análisis espectral de serie de tiempo.

En este ejercicio estudiamos la raíz cuadrada de los datos. Hacemos la transformación para asegurar que la varianza sea más o menos constante. Si Z_1, \dots, Z_n es la serie original, definimos $X_n = \sqrt{Z_n}$ y estudiamos X_n .

- a) Halle la ACF y PACF muestrales para estos datos.
 - b) Considerando estas funciones decida cuál de los siguientes modelos le parece más apropiado para estos datos: AR(1), AR(2), MA(1) o MA(2). Use los datos para estimar los parámetros del modelo que escoja (usando la función `arima(p,0,q)`).
 - c) Usando el modelo ajustado, halle predicciones $P_n X_{n+h}$ para $h = 1, 2, 3, 4$. *Extra: Suponiendo que el ruido es gaussiano, halle intervalos de predicción al 95%.*
 - d) El archivo `sunspot2.dat` incluye el número de manchas solares entre 1985 y 1988. Haga una gráfica de todos los datos (incluyendo ambos archivos), las predicciones y los *intervalos de confianza*. No olviden deshacer la transformación de los datos el final.
4. Sea X_1, X_2, X_4, X_5 observaciones de un proceso MA(1), $X_t = w_t + \theta w_{t-1}$.
 - a) Halle el mejor estimador lineal del valor faltante X_3 en términos de X_1 y X_2 .
 - b) Halle el mejor estimador lineal del valor faltante X_3 en términos de X_4 y X_5 .
 - c) Halle el mejor estimador lineal del valor faltante X_3 en términos de X_1, X_2, X_4 y X_5 .
 - d) Halle los errores medios cuadráticos para cada uno de los estimadores anteriores.