

Nombre: _____

1	2	3	4	T

Modelos Estocásticos I

Primer Examen Parcial

Viernes 15/09/12, 14:00 – 17:00.

- (2 puntos) En un examen de múltiple selección, un estudiante conoce la respuesta con probabilidad p . Si no la sabe, adivina seleccionando entre las r respuestas posibles una al azar. (a) Si el estudiante responde una pregunta correctamente, ¿Cuál es la probabilidad de que realmente supiera la respuesta?
(b) Si el examen tiene n preguntas ¿Cuál es el valor esperado del número de respuestas correctas?

- (3 puntos) Sean X, Y variables aleatorias con densidad conjunta dada por la función

$$f(x, y) = \begin{cases} Cx^2y, & \text{para } 0 < y < x < 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Halle el valor de C
 - ¿Son X y Y independientes?
 - Halle las densidades marginales y la densidad condicional $f_{Y|X}(y|x)$
 - Halle la esperanza condicional $E(Y|X)$.
- (3 puntos) (i) Sea X una v.a. que toma valores en $\{0, 1, 2\}$ con función de probabilidad $p_X(i), i = 0, 1, 2$ y con momentos $E(X) = 1, E(X^2) = 3/2$.
(a) Usando la relación entre las derivadas de las funciones generadoras de probabilidad y los momentos de las variables aleatorias, halle la función generadora de probabilidad, $\phi_X(s)$ de X .
(b) A partir de $\phi_X(s)$ halle la función generadora de momentos de X , $M_X(t)$ y úsela para obtener los primeros cuatro momentos de X
(c) Halle $p_X(i), i = 0, 1, 2$.
(ii) Sea X una variable aleatoria continua con valores en $[0, 1]$, densidad uniforme y función generadora de momentos $\psi(t) = (e^t - 1)/t$. Halle las f.g.m. de las siguientes variables en términos de ψ : (a) $-X$. (b) $1 + X$. (c) $3X$. (d) $aX + b$.

- (2 puntos) Explique en detalle cómo usaría el método de rechazo para generar una variable aleatoria con densidad

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} x^{1/2} e^{-x}, \quad \text{para } x > 0.$$

¿Cuántos pasos necesitaría, en promedio, para generar cada valor de esta variable?

Sugerencia: Use una variable con distribución exponencial y escoja el parámetro de esta distribución de modo de optimizar el proceso.