

# Modelos Estocásticos I

## Objetivos generales

- Familiarizar al estudiante con las herramientas básicas de probabilidad y su utilidad en la modelación estocástica.
- Introducir los modelos fundamentales de procesos estocásticos discretos y continuos.
- Adquirir intuición sobre los modelos estudiados así como habilidad para hacer simulaciones utilizando herramientas informáticas.
- Hacer uso de la inferencia estadística para, en los temas que así lo permitan, obtener información de los modelos estudiados.

## Objetivos específicos

Estudiar las propiedades básicas de las cadenas de Markov a tiempo discreto y de los procesos de Poisson y entender su utilidad para construir modelos de problemáticas provenientes de diversas disciplinas.

## TEMARIO

1. Nociones Fundamentales de Probabilidad.
  - 1.1. Espacio muestral y eventos, probabilidades definidas sobre eventos, probabilidad condicional, eventos independientes, Formula de Bayes.
  - 1.2. Variables aleatorias discretas, principales distribuciones y su génesis.
  - 1.3. Variables aleatorias continuas, principales distribuciones y su génesis.
  - 1.4. Simulación de variables aleatorias usando el método de la función de distribución inversa.
  - 1.5. Esperanza de variables aleatorias.
  - 1.6. Funciones generadoras de probabilidad y de momentos.
  - 1.7. Distribuciones de probabilidad conjuntas.
  - 1.8. Variables aleatorias independientes.
  - 1.9. Simulación de variables aleatorias.
  - 1.10. Probabilidad condicional y esperanza condicional. Caso discreto, caso continuo, cálculo de esperanzas y probabilidades usando condicionamiento.
2. Cadenas de Markov.
  - 2.1. Probabilidades y Matrices de Transición.
  - 2.2. Ecuación de Chapman-Kolmogorov.
  - 2.3. Clasificación de los estados, estados recurrentes y transitorios, descomposición del espacio de estados, cadenas irreducibles.
  - 2.4. Estudio de las transiciones iniciales.
  - 2.5. Ejemplos Importantes: caminatas aleatorias, caminatas aleatorias en gráficas, ruina de un jugador, modelo de Ehrenfest, modelo de inventario, modelo de Wright-Fisher, proceso de Bernoulli, procesos de ramificación, cadenas de nacimiento y muerte, sistemas de espera.
  - 2.6. Simulación de Cadenas de Markov.
3. Propiedades Asintóticas de Cadenas de Markov.
  - 3.1. Cadenas regulares, comportamiento asintótico.
  - 3.2. Inferencia estadística para cadenas de Markov finitas.
  - 3.3. Distribuciones estacionarias.
  - 3.4. Visitas a un estado recurrente, tiempo medio de regreso.
  - 3.5. Estados recurrentes nulos y positivos.
  - 3.6. Existencia y unicidad de distribuciones estacionarias.
  - 3.7. Cadenas reducibles.
  - 3.8. Convergencia a la distribución estacionaria y Teorema Ergódico.
  - 3.9. Reversibilidad.
  - 3.10. Estimación de la ley estacionaria y del tiempo de ocupación por medio de simulaciones. Algoritmo de Metrópolis. En particular, a estimar la probabilidad de extinción y a la media de la población en un proceso de ramificación.
  - 3.11. Inferencia estadística para cadenas de Markov

#### 4. Procesos de Poisson.

- 4.1. Distribución Exponencial. Distribución Gamma. Distribución de Poisson, Ley de eventos raros
- 4.2. Proceso de Poisson en  $R$ .
- 4.3. Proceso de Poisson en  $R^d$ .
- 4.4. Procesos de Poisson no homogéneos.
- 4.5. Superposición, descomposición y otras transformaciones de Procesos de Poisson.
- 4.6. Estadísticas de orden.
- 4.7. Simulación.
- 4.8. Inferencia estadística para procesos de Poisson homogéneos.

#### Referencias Bibliográficas

1. **Ishwar V. Basawa; B.L.S. Prakasa Rao**: Statistical inference for stochastic processes, London: Academic Press, 1980
2. **U. Narayan Bhat, Gregory K. Miller**, Elements of applied stochastic processes, New York : John Wiley, 2002.
3. **M. E. Caballero, V. Rivero, G. Uribe, C. Velarde** ., Cadenas de Markov. Un enfoque elemental. Aportaciones Matemáticas: Textos # 29, Sociedad Matemática Mexicana, 2004.
4. **R. Durrett**: Essentials of stochastic processes. Springer 1999.
5. **G. R. Grimmett & D.R. Stirzaker**. Probability and random processes. 2nd. Ed. Oxford, 1992
6. **P.G. Hoel, S.C. Port, & C. J. Stone**, Introduction to stochastic processes. Houghton Mifflin, 1972.
7. **D. Kannan**. An Introduction to stochastic processes. North Holland, 1979.
8. **S. Karlin & H.M. Taylor**, A first course in stochastic processes (Second Edition). Academic Press, 1975.
9. **G. F. Lawler**: Introduction to stochastic processes. Chapman & Hall, Probability Series 2000.
10. **J. Norris**: Markov chains. Cambridge University Press 1997.
11. **S.I. Resnick**. Adventures in stochastic processes. Birkhäuser 1992.
12. **S. M. Ross**. Introduction to probability models. Academic Press 1997.
13. **S. M. Ross**. Simulation, Academic Press; 4th edition 2006.
14. **D. Stirzaker**. Stochastic processes and models, Oxford University Press 2005.

Las referencias (4), (8) (11) (12) y (14) son las que pueden resultar más útiles tomando en cuenta los objetivos de los cursos.

**Clases:** Lunes, Miércoles y Viernes de 9:30 a 11, Salón Diego Bricio.

#### Evaluación Propuesta:

**Dos exámenes parciales.** El primero vale 15% y el segundo 20% de la nota definitiva. Las fechas son viernes 14/09 y viernes 12/10.

**Un examen final** que incluye toda la materia vista y vale 25% de la nota definitiva. Se hará al final del semestre en la fecha designada por la coordinación.

**Tareas semanales.** El promedio vale 25% de la nota definitiva.

**Proyecto.** Vale 15% de la nota definitiva

#### Profesor:

Joaquín Ortega Sánchez, Oficina H-3.

Horas de consulta: Lunes y miércoles de 5 a 6 pm.

Correo: [jortega@cimat.mx](mailto:jortega@cimat.mx)

Página personal: <http://www.cimat.mx/~jortega>

Página del curso: <http://www.cimat.mx:88/~jortega/modestol12.html>

#### Ayudantes:

Harold Moreno [aroldco@cimat.mx](mailto:aroldco@cimat.mx)

Mario Alberto Díaz Torres, [diaztorres@cimat.mx](mailto:diaztorres@cimat.mx)