

INSTRUCCIONES: Resuelve solamente uno de los problemas. La solución correcta de un problema elevará tu calificación semestral en un punto. Descarga el archivo **referencias.tar.gz** de la carpeta de dropbox del curso. Debes usar las referencias bibliográficas para estudiar la teoría y los métodos numéricos requeridos para resolver el problema. Esta estrictamente prohibido discutir y compartir resultados o código con tus compañeros.

1. Problema de Riemann para la ecuación de Burger.

Considera el problema de valores iniciales para la ecuación de Burger

$$u_t + uu_x = 0 \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases} \quad (2)$$

- a) Lee la monografía de Chen [1]
- b) Implementa el método de Lax-Wendroff (ver capítulo 12 del libro de Leveque [3]) para resolver numéricamente el problema (1)-(2) para $t \in [0, \epsilon]$, para algún $0 < \epsilon < 1$ que tu elijas.

2. Método de Nystrom para ecuaciones integrales.

Considera la ecuación integral

$$\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_0^1 (x+1)e^{-xy} \varphi(y) dy = e^{-x} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-(x+1)}, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (3)$$

- a) Lee la teoría del método de Nystrom para ecuaciones integrales de Fredholm de segundo tipo (ver sección 12.3 del libro de Kress [2]).
- b) Resuelve numéricamente la ecuación (3) aplicando el método de Nystrom con la cuadratura trapezoidal compuesta. Usa la solución exacta $\varphi(x) = e^{-x}$ para reproducir la tabla que aparece en la página 299 del libro de Kress [2].

Bibliografía

- [1] L. chen. An introduction to scalar conservation laws, 2011.
- [2] R. Kress. *Numerical analysis*. Springer, 1998.
- [3] R.J. LeVeque. *Numerical Methods for Conservation Laws*. Birkhäuser Verlag AG, 1994.