Posgrado en Probabilidad y Estadística del CIMAT

MEDIDA Y PROBABILIDAD I

(Semestre agosto-diciembre de 2012)

Profesor: Víctor M. Pérez-Abreu C., pabreu@cimat.mx, oficina I-24, ext 49633.
Horario y lugar: lunes, miércoles y viernes de 11.00 a 12.20, salón 2 del CIMAT.
Horas de oficina: martes y jueves de 15 a 16 horas.
Ayudantes: Oscar Madrid Padila y Saúl Toscano Palmerín.
Objetivo del curso: Ofrecer una introducción unificada a temas de medida e integración de Lebesgue en espacios abstractos y fundamentos de probabilidad.

Temario

1**. Operaciones con conjuntos**
1.1. Límites de conjuntos.
1.2. Colecciones de conjuntos.
1.3. Conjuntos de Borel en Rn y C[0,1].
2**. Espacios de Medida y Probabilidad**
2.1. Medida de Lebesgue en el intervalo unitario.
2.2. Definición y propiedades de una medida.
2.3. Construcción, medida exterior y teorema de extensión de Carathéodory.
2.4. Medidas de Lebesgue-Stieltjes.
3. **Funciones medibles y variables aleatorias**
3.1. Definiciones, convergencia y aproximación a través de funciones simples.
3.2. Funciones medibles y continuas.
3.3. Medidas de distribución.
3.4. Funciones de distribución.
4. Independencia
4.1. Variables aleatorias independientes.
4.2. Espacio producto.
4.3. Existencia de variables aleatorias independientes.
4.4. Leyes 0-1 y lema de Borel-Cantelli.
5. **Integración**
5.1. Definición de integral y de esperanza.
5.2. Propiedades fundamentales.
5.3. Lema de Fatou y Teorema de Convergencia Dominada.
5.4. Fórmula de cambio de variable.
5.5. Integral de Lebesgue y su relación con la de Riemann.
5.6. Teorema de Fubini.
6. Espacios Lp
6.1 Desigualdades, propiedades básicas y espacios duales.
6.2 Espacios de Banach y Hilbert de funciones.
7. Series de variables aleatorias independientes
7.1. Convolución.
7.2. Teorema de tres series de Kolmogorov.

Evaluación del curso

1) **Tareas semanales** 40%

Las tareas se entregan los lunes en la clase.

2) **Exámenes** 60%

Primer parcial: viernes 28 de septiembre del 2012, de 16 a 19 horas.
Segundo parcial: viernes 26 de octubre del 2012, de 16 a 19 horas.
Examen final: martes 11 de diciembre del 2012, de 10 a 14 horas.

Textos

1) *A Probability Path*. S. Resnick, 1999. Birkhauser.

2) *Measure Theory and Probabilit*y. K. B. Atheyra y S. N. Lahiri, 2006. Springer.

Otras sugerencias bibliográficas

Teoría de la medida e integración en espacios abstractos

3) *Measure Theory*. P. Halmos, 1950. University Series in Higher Mathematics. Van Nostran Company.
4) *The Elements of Integration and Lebesgue Measure*. R.G. Bartle, 1966. Segunda Edición, 1995. Wiley Classics Library.
5) *An Introduction to Measure Theory.* T. Tao, 2011. American Mathematical Society.

Medida y probabilidad

6) *Introduction to Measure and Probability.* J.F.C. Kingman y S. J. Taylor, 1966, Tercera Edición 2008. Cambridge University Press.
7) Real Analysis and Probability. R. B. Ash, 1972. Academic Press.
8) *Probabilty and Measure*. Patrick Billingsley, 1979. Tercera Edición, 1995. Wiley.
9) *Notes on Measure Theory and Probability*. R. Leadbetter y S. Cambanis. University of North Carolina at Chapel Hill. No publicadas. QA312 C174.

Probabilidad

10) *A Course in Probability Theory*. K.L. Chung, 1972. Academic Press.
11) *Probability Theory*. R. G. Laha y V. K. Rohatgi, 1989. Wiley.
12) *Foundations of Modern Probability*. O. Kallenberg, 2002. Springer.
13) Probability Theory: A Comprehensive Course. A. Klenke, 2007. Springer.

Integral de Lebesgue en Rn

14) *Lebesgue Integration and Measure*. A. J. Weir, 1973, reimpresión 1999. Cambridge University Press.
15) *Medida e Integral de Lebesgue en Rn*. F. Galaz-Fontes, 2002. CIMAT-Oxford.

Aspectos históricos de la teoría de la medida e integración

16) *A Garden of Integrals.* F. E. Burk, 2007. Mathematical Association of America.
17) *History of Measure Theory.* D. Paunic. En: Handbook of Measure Theory Volumen 1 (Editor E. Pap), 2002. Elsevier.