

CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS A.C.

POSGRADO EN PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

TEORIA DE LA MEDIDA Y PROBABILIDAD

[Trolebús Licenciatura MAT-410]

Semestre agosto-diciembre 2017

Profesor: Víctor M. Pérez-Abreu C. oficina K301.

Horario y lugar: martes y jueves 12.30-13.50, viernes 11.00-12.20, Salón G001.

Ayudantes: Adrián de Jesús Celestino y José Ángel Sánchez.

Objetivo del curso: Ofrecer una introducción unificada a temas de medida e integración de Lebesgue en espacios abstractos y fundamentos de probabilidad.

I. Temario

1. Operaciones con conjuntos

- 1.1. Límites de conjuntos.
- 1.2. Colecciones de conjuntos.
- 1.3. Conjuntos de Borel en \mathbb{R}^n .

2. Espacios de Medida y Probabilidad

- 2.1. Definición y propiedades de una medida.
- 2.2. Construcción, medida exterior y teorema de extensión de Carathéodory.
- 2.3. Medidas de Lebesgue-Stieltjes.

3. Funciones medibles y variables aleatorias

- 3.1. Definiciones, convergencia y aproximación a través de funciones simples.
- 3.2. Funciones medibles y continuas.
- 3.3. Medidas de distribución.
- 3.4. Funciones de distribución.

4 Integración

- 4.1. Definición de integral y de esperanza.
- 4.2. Propiedades fundamentales.
- 4.3. Lema de Fatou y Teorema de Convergencia Dominada.
- 4.4. Fórmula de cambio de variable.
- 4.5. Integral de Lebesgue y su relación con la de Riemann.
- 4.6. Teorema de Fubini.

5. Espacios L_p y convergencia

- 5.1 Desigualdades y propiedades básicas.
- 5.2 Modos de convergencia.

6. Independencia

- 6.1. Variables aleatorias independientes.
- 6.2. Espacio producto.
- 6.3. Existencia de variables aleatorias independientes.
- 6.4. Leyes 0-1 y lema de Borel-Cantelli.
- 6.5 Ley débil de los grandes números.

II. Evaluación del curso

- 1) Tareas y proyectos semanales 50%.
Se entregan los martes.
- 2) Exámenes parciales 45%
Primer parcial: viernes 29 de septiembre, 16 a 19 horas.
Segundo parcial: martes 31 de octubre, 12.30 a 14.00 horas.
Examen final: por definirse, en diciembre, de 10 a 14 horas.
- 3) Exámenes rápidos (quizes) en clases de ayudantía 10%.

III. Referencias principales

- 1) *A Probability Path*. S. Resnick, 1999. Birkhauser.
- 2) *Measure Theory and Probability*. K. B. Atheyra y S. N. Lahiri, 2006. Springer.

IV. Otras sugerencias bibliográficas recomendadas a los alumnos

Teoría de la medida e integración en espacios abstractos

- 3) *Measure Theory*. P. Halmos, 1950. University Series in Higher Mathematics. Van Nostran Company. Hay una reimpresión más reciente de Springer.
- 4) *The Elements of Integration and Lebesgue Measure*. R.G. Bartle, 1966. Segunda Edición, 1995. Wiley Classics Library.
- 5) *An Introduction to Measure Theory*. T. Tao, 2011. American Mathematical Society. Pueden obtener una versión preliminar en la página de Terrance Tao.

Medida y probabilidad

- 6) *Introduction to Measure and Probability*. J.F.C. Kingman y S. J. Taylor, 1966, Tercera Edición 2008. Cambridge University Press.
- 7) *Real Analysis and Probability*. R. B. Ash, 1972. Academic Press.
- 8) *Probability and Measure*. Patrick Billingsley, 1979. Tercera Edición, 1995. Wiley.
- 9) *Notes on Measure Theory and Probability*. R. Leadbetter y S. Cambanis. University of North Carolina at Chapel Hill. No publicadas. QA312 C174.

Probabilidad

- 10) *A Course in Probability Theory*. K.L. Chung, 1972. Academic Press.
- 11) *Probability Theory*. R. G. Laha y V. K. Rohatgi, 1989. Wiley.
- 12) *Foundations of Modern Probability*. O. Kallenberg, 2002. Springer.
- 13) *Probability Theory: A Comprehensive Course*. A. Klenke, 2007. Springer.

Integral de Lebesgue en \mathbb{R}^n

- 14) *Lebesgue Integration and Measure*. A. J. Weir, 1973, reimpresión 1999. Cambridge University Press.
- 15) *Medida e Integral de Lebesgue en \mathbb{R}^n* . F. Galaz-Fontes, 2002. CIMAT-Oxford.

Aspectos históricos de la teoría de la medida e integración

- 16) *A Garden of Integrals*. F. E. Burk, 2007. Mathematical Association of America.
- 17) *History of Measure Theory*. D. Paunic. En: Handbook of Measure Theory Volumen 1 (Editor E. Pap), 2002. Elsevier.