

RECOMENDACIONES PARA ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CARRERAS DE MATEMATICAS

Víctor M. Pérez-Abreu C.

Contenido

Introducción	2
I. Sugerencias para resolver problemas	4
II. Sugerencias para leer matemáticas	6
III. Sugerencias para escribir matemáticas	7
IV. Sugerencias para entender definiciones	8
V. Sugerencias para elaborar apuntes	9
VI. Sugerencias para hacer tareas	10
VII. Sugerencias para presentar exámenes	11
VIII. Sugerencias para aprovechar mejor las clases	12
IX. Sugerencias para trabajar en equipo	13
X. Sugerencias para administrar el tiempo	14
Referencias	15

INTRODUCCION

Aprender es un proceso de adquisición de *conocimientos y habilidades*. En matemáticas el conocimiento se refiere a conceptos, definiciones, teoremas, proposiciones, corolarios, lemas, modelos, etc. Las habilidades se refieren a la capacidad de plantear, demostrar, aplicar, enseñar, extender, exponer, interrelacionar y crear los conceptos, así como resolver nuevos problemas, incrementar la imaginación, iniciativa, curiosidad, escepticismo, cuestionamiento, creatividad y potenciar la capacidad de abstracción y síntesis.

La *formación profesional integral de un matemático* también debe incluir desarrollar habilidades para trabajar en forma eficiente y eficaz; comunicarse con colegas e interactuar con otras disciplinas; conocer la historia de las matemáticas y sus referencias básicas; mantenerse actualizado en el conocimiento de las nuevas tendencias y las interacciones entre las diversas ramas de las matemáticas y con otras disciplinas; usar nuevas metodologías y tecnologías del cómputo científico y dominar también el idioma inglés.

Escribir Matemáticas es una habilidad fundamental que debemos desarrollar no únicamente con el fin de transmitir matemáticas (lo que supone que ya las conocemos), sino como una forma de aprender matemáticas. Escribir matemáticas está relacionado con *augmentar* nuestra capacidad para *resolver problemas*. Esta habilidad debe cultivarse en la solución de tareas y exámenes.

Resolver un problema es una empresa muy humana que más que recordarnos cómo resolver un misterio, nos debe guiar a descubrir soluciones originales. Varios autores piensan (entre ellos el matemático húngaro George Polya), que hay principios para resolver problemas y que un buen entrenamiento y mucha práctica nos llevan a desarrollar y mejorar esta habilidad. Aprender a resolver problemas en matemáticas nos desarrolla la habilidad de resolver problemas de cualquier área.

Los grandes artistas, deportistas, profesionistas, etc. han tenido una gran disciplina en algún momento de sus estudios y/o entrenamientos. La responsabilidad de mantenerse en forma ha recaído directamente en ellos.

En este documento se recopilan sugerencias para entrenarse en el aprendizaje de matemáticas y desarrollar el pensamiento y el quehacer de esta disciplina. En particular se pone énfasis en principios para aprender a resolver problemas y recomendaciones para leer y escribir matemáticas. Asimismo, se hacen algunas recomendaciones sobre cómo *potenciar el trabajo en equipo*, de tal forma que todos los integrantes se beneficien y no resulte en un ejercicio de copiar lo que el colega resolvió o sentir que perdemos el tiempo.

Es usual que durante los primeros años de su carrera, se experimente la presión de estar en un programa con altos estándares, exigencias, ritmos y retos; en donde la visión y cobertura de los cursos es amplia, y en donde se espera que respondan a trabajar con presión y múltiples responsabilidades.

Es común que ante esta situación caigamos –concientemente o no- en *perder el control* de las cosas, lo cual se manifiesta de diversas maneras como el hacer tareas y estudiar un día antes de la fecha programada (algunos lo hacen una hora antes), no saber cómo ni dónde estudiar, descuidar algunas materias por atender otras, dedicarnos sólo a las materias que nos gustan o disgustan más, dificultad para concentrarse, apatía para ir a clase, angustia, desmotivación, extremos en actividades recreativas (demasiadas o ninguna), etc.

En este escrito también se han incluido sugerencias sobre metodología y organización de estudio y de trabajo. Se incluyen recomendaciones para notas de cursos, aumentar nuestra concentración en las clases con el objeto de obtener el mayor beneficio de nuestra asistencia, resolver tareas, presentar exámenes y administrar mejor nuestro tiempo.

Las sugerencias en el presente documento están relacionadas y algunas de ellas se repiten dentro de las distintas clasificaciones. No son universales ni únicas y varias de ellas son controversiales. Sin embargo, mi opinión es que -los que no lo hagan- deben comenzar a usar algunas herramientas sencillas. Seguramente algunos de ustedes ya usan éstas u otras sugerencias. En un principio éstas pueden parecer aburridas, engorrosas, sin sentido o que nos dan más trabajo.

Los invito a que todos reflexionen sobre estas sugerencias. Una primera reflexión es identificar las que ya usen y el por qué no usen otras. Con el tiempo cualquier metodología se vuelve rutinaria. *No importa cual usen, pero lo verdaderamente importante es que pongan en práctica alguna.* Ninguna metodología es mágica a menos que se practique en forma constante.

Insisto en que todo talento debe ser entrenado, desarrollado e incrementado a su máximo potencial para tener la *habilidad de tener un altísimo rendimiento e ir siempre más allá* (por ejemplo, de lo presentado en las clases).

Para la elaboración de esta primera versión sintética de este trabajo, se han tomado en cuenta algunas sugerencias de un documento de Miguel Nakamura Savoy (Coordinador del Área de Probabilidad y Estadística del Centro de Investigación en Matemáticas –CIMAT- en Guanajuato) y de las referencias al final del trabajo.

Una versión de esta síntesis ha sido leída y enriquecida con las sugerencias de Adolfo Sánchez Valenzuela (Coordinador de Programas Docentes del CIMAT) y por Gerardo Arizmendi Echegaray, Guillermo Basulto Elías, Ulises Márquez Urbina y Carlos Vargas Objeta, exalumnos míos de la Facultad de Matemáticas en la Universidad de Guanajuato. Muchas gracias a todos ellos.

Víctor M. Pérez Abreu C

I. Sugerencias para resolver problemas

1.1 La *Lista de Polya*

En su libro *How to Solve it*, George Polya presenta lineamientos para resolver problemas matemáticos. El libro fue publicado en 1945 y traducido al español en 1986 con el título *Cómo Plantear y Resolver Problemas* (la clasificación de la biblioteca es QA135 P65). Entre otras cosas, Polya da una lista de cuatro pautas para resolver problemas matemáticos (lo que se conoce como *La Lista*). El proceso es básicamente el siguiente:

Primero. Comprender el problema. *Esto es más fácil decirlo que hacerlo.*

- ¿Qué se busca en el problema?
- Asegúrate que conoces el significado de todas las palabras. Usa tus apuntes, libro de texto u otro libro tanto del curso como de otros cursos.
- Lee bien el enunciado para comprender qué es lo que se da y qué es lo que se tiene que encontrar o resolver.
- Trata de hacer una figura o diagrama que te ayude a entender el problema.
- ¿Se tiene que probar algo? ¿Qué es lo que se tiene que probar?
- ¿Se trata de encontrar un ejemplo? ¿De qué?
- Verifica las condiciones.
- ¿Se tiene que probar que algo es falso?
- Escribe al problema de diversas maneras.
- Una vez que entiendes el problema pasa al siguiente paso.

Segundo. Trazar un plan. ¿Cómo atacas el problema?

- Intenta utilizar una experiencia anterior para encontrar un método de solución.
- ¿Conoces un problema similar o relacionado?
- Repasa tus notas de clase y tu libro con el problema en mente.
- Repasa ejercicios previos y teoremas que parezcan similares. ¿Puedes usar ideas de las demostraciones de estos resultados para resolver tu problema?
- Trata de usar un argumento por analogía.
- Piensa hacia atrás a partir de la conclusión deseada.
- ¿Estás usando todas las hipótesis?
- Si estás atorado intenta resolver un problema más simple o un caso especial.
- Una vez que hayas decidido un método, pruébalo.

Tercero. Llevar a cabo el plan. *Resuelve el problema.*

- Mira bien tu solución.
- ¿Tiene sentido tu solución?
- ¿Cada paso es correcto?
- Es común que no se encuentre un error justo después de que se ha encontrado una solución. Deja el problema un tiempo y regresa a él después.
- ¿Te parece todavía razonable tu solución?
- ¿Crees todavía que todos tus pasos y afirmaciones son correctas?
- ¿Puedes probar lo anterior?
- Retroaliméntate con los pasos anteriores.

Cuarto. Examinar la solución obtenida.

- Verifica el resultado y tus argumentos.
- ¿Puedes obtener el resultado de forma diferente?
- ¿Existe un argumento más simple o intuitivo?
- ¿Te parece que la solución tenía una explicación obvia?
- ¿Puedes usar esta solución o método para resolver otro problema o generalizar la solución?

1.2 Escribir la Solución del Problema

Cuando estés convencido que tu argumento es correcto, escribe la solución de forma correcta y clara. **Una solución** consiste en un reporte que le dice al lector cómo resolviste el problema y cual es tu respuesta. Para escribir tu solución toma en cuenta las siguientes sugerencias:

- a) Ten en mente a un lector que conoce el material pero no la solución.
- b) Escribe tu solución con expresiones de idioma claras y gramaticalmente correctas.
- c) Explica las cosas en forma lógica y clara, de tal forma que el lector no pierda tiempo tratando de explicar pasos que omitiste.
- d) Siempre que hagas una afirmación, di por qué es cierta.
- e) Cuando uses una definición, teorema, etc., asegúrate de mencionarlo.
- f) Sigue las sugerencias para escribir matemáticas que se dan en este documento.
- g) Revisa tu solución; nunca la entregues sin revisarla.

1.3 Reflexiones adicionales

- a) ¿Bajo qué condiciones funciona tu método de solución?
- b) ¿Cuáles son las restricciones? ¿Dónde has visto estas restricciones antes?
- c) ¿Cuáles fueron las ideas preliminares y por qué las aceptaste o rechazaste?
- d) ¿Fue el problema difícil para ti? ¿Por qué?
- e) ¿Cuáles fueron las ideas importantes que no viste en un principio?
- f) ¿Te gustó el problema? ¿Por qué?

1.4 Sugerencias para resolver problemas generales

Las siguientes sugerencias pueden aplicarse para resolver cualquier problema, sea cual sea su área de conocimiento o grado de complejidad. Están clasificadas de acuerdo a los siguientes tres principios básicos:

Principios heurísticos

- a) *Intenta primero lo sencillo*
- b) *Aprende de los intentos fallidos*
- c) *Ninguna idea es realmente mala*

Principios de creatividad

- d) *No te impongas restricciones inexistentes*
- e) *Trata de verlo desde otro punto de vista*
- f) *Pon en práctica tu intuición*

Principios del Problem Solving

- g) *Atrévete a enfrentar al problema*
- h) *Defínelo y entiéndelo bien*
- i) *Investígalo*

II. Sugerencias para leer matemáticas

- a) La lectura de un texto de matemáticas no es como una lectura de una novela, es decir, no se lee de “principio a fin”. Debe leerse de “principio a fin por capas”. En una primera pasada debe darse una idea global, en una segunda pasada profundizar más en los objetivos, en una tercera pasada (siempre de principio a fin) comenzar a profundizar en detalles, etc.
- b) Siempre que hagas una lectura de matemáticas, hazlo con papel en blanco y un lápiz en la mano, haciendo anotaciones, repasando pasos clave, etc. Hay una máxima que dice que las *mejores herramientas para leer matemáticas son el lápiz y el papel*.
- c) Paul Halmos decía que leer matemáticas debe ser un combate. Haz tus propias preguntas, busca tus propios ejemplos y contraejemplos, descubre tus propias pruebas. Pregúntate: ¿Es esta hipótesis necesaria?, ¿Es verdadera o falsa la implicación que va en la dirección contraria?, ¿Qué pasa en el caso clásico?, ¿Es única la solución?, ¿Existen casos degenerados?, ¿Dónde se usan las hipótesis en la demostración?, etc.,
- d) La lectura de un texto debe ser una actividad activa, no pasiva. Un truco para fomentar esto es simular que lo que estamos leyendo será material que debemos *exponer en la próxima clase*. Esto nos lleva a una lectura de mayor profundidad. Hay una máxima que dice que *la mejor forma de aprender algo es enseñarlo*.
- e) Cuando leas un concepto o definición, trata de expresarlo de distintas formas. Usa diagramas y/o figuras siempre que sea posible.
- f) Cuando se establece notación, asegúrate que sabes el significado.
- g) Lee cuidadosamente los enunciados de los teoremas, corolarios, lemas, proposiciones o ejemplos.
- h) Trata de hacer los detalles de las demostraciones por ti mismo. Aún si no lo logras, ganarás en el entendimiento de lo que se tiene que hacer.
- i) Una vez que hayas entendido lo que se tiene que probar, trata de tener una idea global de lo que el autor hace y entonces trata otra vez de probarlo tú.
- j) Cuando en una demostración se menciona el uso de otro resultado (teorema, etc.) verifica que las hipótesis se aplican y que la conclusión es lo que el autor afirma.
- k) No te desanimes si no avanzas rápidamente. Tienes que tener una idea global al mismo tiempo que de los detalles. Esto lleva tiempo.
- l) Si la demostración es muy larga, trata de hacerla en partes.
- m) Si no puedes entender lo que el autor está haciendo, trata de pensar en un caso específico y trabaja la demostración en este caso.
- n) Si no puedes seguir la demostración, cierra el libro e inténtalo después de un tiempo razonable. Piensa si has visto pruebas similares, algunos ejemplos o algo que te recuerde lo que hace el autor. Trata de ver la demostración en otro libro, apuntes, etc.
- o) Cuando aprendas o descubras un nuevo resultado escríbelo y trata de entender qué dice, cuándo es posible aplicarlo y cuándo no.
- p) Después de leer una demostración, haz un resumen de la técnica y de la idea principal que el autor usa.
- q) Trata de explicar la prueba a algún compañero o a ti mismo. Si no puedes hacerlo sin mirar al libro, necesitas volver a leerla, pues es una señal de que no la has entendido.
- r) ¿Puedes probar algo similar usando la prueba que acabas de leer? ¿Te recuerda esta prueba algo? ¿Cuáles son los límites de la prueba? ¿Cuáles son las limitaciones del resultado? Escribe esto.

III. Sugerencias para escribir matemáticas

3.1 Recomendaciones generales

- a) Enunciar siempre los resultados en forma correcta y completa, escribiendo las suposiciones e hipótesis del problema, teorema, etc.
- b) Debe usarse gramática apropiada. Las frases deben tener artículos y verbos. No usar la misma palabra en forma repetida; usar sinónimos.
- c) Toda frase debe comenzar con letra mayúscula y terminar con un punto. Nunca comiences una frase con un símbolo. Escribe las palabras Teorema, Corolario, Proposición, Lema, Ejercicio, Problema, etc., siempre comenzando con mayúsculas, cuando te refieras a uno en particular. Por ejemplo, Teorema 2.4, Problema 6.8, etc.
- d) En matemáticas es importante que el lector sepa qué es cada variable, antes de que se usen éstas por primera vez.
- e) Piensa siempre en una notación adecuada y elige aquella que sea más fácil.
- f) Una variable debe tener asignado sólo un significado. Por ejemplo, si se usa R para los números reales, no usarla para denotar un conjunto, etc.
- g) Revisa siempre tu trabajo antes de darlo por terminado, entregarlo, etc.

3.2 Escritura de demostraciones

- h) Escribe todos los pasos como si los estuvieras explicando ante colegas o profesores.
- i) Procura siempre la mayor claridad. Piensa siempre en quien lo lee. Si algo sigue de la definición, dilo. De esta forma te asegurarás de que entiendes lo que dices y el lector lo apreciará. Si algo sigue de un resultado (teorema, etc.) dilo. Es extremadamente importante saber si estás usando otro resultado. Esto ayuda a uno mismo a estar alerta de si se usa el resultado correcto y al lector le ayuda a entender lo que se está haciendo.
- j) Algunas frases son especialmente importantes para ayudar al lector a leer una demostración. Por ejemplo, escribir "por demostrar" para tener claridad de lo que hay que probar (ojo: esto no es volver a escribir el enunciado). Igualmente "Supongamos lo contrario" le dice al lector que viene una prueba por contradicción. Si se prueba "A si y sólo si B", el lector entenderá mejor si se escribe "Supongamos A.Entonces se tiene B". Continuar con "Supongamos ahora B.....Entonces se tiene A". Si una demostración se hace en X pasos debe decirse "La demostración se hará en X pasos" . Cuando estemos al final de una demostración, debemos decir: "Finalmente,....".
- k) Mencionar "la idea de la demostración a grandes rasgos" (por ejemplo: voy a usar una demostración similar a la vista en clase en el caso de..., o el polinomio de Taylor, o por reducción a lo absurdo, inducción, etc.).
- l) Si es una demostración larga, hacerla por pasos, indicando al principio de cada uno de ellos qué es lo que se va a demostrar.
- m) Trata siempre de encontrar una demostración más corta y clara.
- n) Revisar que las suposiciones e hipótesis se hayan usado, cómo y en dónde.
- o) Sin duda, la mayor dificultad acerca de escribir una demostración es encontrar el justo medio entre la idea principal y los detalles. Entre más se explica, más se puede esconder la idea principal. Por otro lado, si no se explica lo suficiente, se corre el riesgo de omitir un detalle importante o confundir al lector. Es difícil encontrar un balance. Es por esto que se sugiere dejar a un lado la escritura por un tiempo razonable y leer la demostración más adelante. Si en esta lectura no puedes acordarte de lo que hiciste, el lector menos lo hará.
- p) Si trabajas en equipo (y es permitido), una idea excelente y de mutuo beneficio es pedirle a un colega que lea tu trabajo y verifique que lo que escribiste sea claro.

3.3 Uso de símbolos

- q) Evita comenzar una oración con un símbolo.
- r) Usa siempre los símbolos de manera consistente.
- s) Separa símbolos que no están en una lista por palabras. Por ejemplo: " $1 < p$ y $q > 2$ " es preferible a " $1 < p, q > 2$ ". Otro ejemplo: "Excepto por a , b es la única raíz de la ecuación" se lee mejor si se escribe: "Excepto por a , el número b es la única raíz de la ecuación".
- t) No mezcles símbolos con letras en forma incorrecta. Por ejemplo, es preferible usar "para todo entero mayor a 2" que "para todo entero > 2 ".
- u) Evita usar símbolos en los enunciados de teoremas, lemas, etc. cuando no sea necesario. Por ejemplo, no escribas: *Teorema* Toda función biyectiva f tiene una inversa. La " f " sale sobrando. La función " f " puede ser introducida en la demostración.
- v) Explica el significado de cada símbolo nuevo que introduzcas. Por ejemplo, si escribes " $n = 2k + 1$ " y k no se ha mencionado antes, di que k es un entero.
- w) Si algunos símbolos se usan típicamente para algo, no los uses para otras cosas. Por ejemplo no uses n y m para números reales. Si A y B se usan para conjuntos, no los uses para denotar elementos de conjuntos.
- x) Escribe los enteros como palabras cuando se refieran a adjetivos. Usa números cuando ellos se refieren a valores de algo. Por ejemplo, "Hay exactamente dos números pares entre 3 y 7".
- y) Excepto cuando estés hablando de lógica, evita usar el escrituras formales los símbolos para "implica", "de donde", "para todo", "existe", "tal que", etc. Ve los libros que hacen.

IV. Sugerencias para entender definiciones

Es importante que memorices y entiendas las definiciones. Algunas sugerencias para lograr esto son las siguientes:

- a) Subrayar, releer o escuchar una definición no lleva a su comprensión. Debes primero entenderla y después memorizarla. Recuerda la máxima: *Lo que bien se aprende no se olvida.*
- b) El concepto de definición en matemáticas, no es como la de un diccionario. Más que explicación de una palabra, nos dice qué se tiene que hacer cuando necesitamos probar algo.
- c) Siempre que veas una definición, escríbela y piensa acerca de su significado.
- d) Cuando te sea posible escribe una definición en forma intuitiva o en forma gráfica.
- e) Busca muchos ejemplos de esta definición y estúdialos detalladamente.
- f) Niega la definición y trata de encontrar *no ejemplos* de la definición.
- g) Trata de escribir la definición de memoria. Espera unas horas y vuelve a escribirla de memoria. Si no puedes hacerlo es que todavía no entiendes la definición.
- h) Algunas definiciones se enuncian en forma de implicaciones. Esto nos lleva a pensar que la definición es una equivalencia. La respuesta es "sí". Por ejemplo, considera la definición: "un entero m es par si existe un entero n tal que $m = 2n$ ". Ya que ésta es la definición de un número par, también significa que "si m es par, entonces existe un entero n tal que $m = 2n$ ".
- i) Se sugiere hacer una libreta especial de definiciones, siguiendo las recomendaciones anteriores.
- j) Hazte la pregunta: ¿Cuáles son las implicaciones inmediatas de esta definición?

V. Sugerencias para elaborar apuntes

5.1 Por qué elaborar apuntes

- a) Es altamente recomendable que elabores tus propios apuntes. Entre otros beneficios se tiene el organizar tu estudio de manera regular y eficaz, sobre todo si se llevan al día.
- b) Elaborar apuntes en forma sistemática mejora el aprendizaje, fomenta tu poder de concentración en clase y te facilita el estudio y revisión de material para hacer tareas y preparar exámenes.
- c) Es especialmente recomendable en cursos en donde no existe un libro de texto que se sigue al pie de la letra.

5.2 Cómo elaborar apuntes

- d) Elabora tus propios apuntes de cada curso o tema, de forma organizada y limpia, procurando tenerlos al día. Hay que distinguir entre *pasar los apuntes en limpio* y el realmente elaborarlos en forma activa. Se sugiere incluir lo siguiente:
 - 1) Material de notas que tomes en clases.
 - 2) Ideas del tema que estén en tu libro favorito.
 - 3) Pasos detallados de demostraciones de clases y/o libros.
 - 4) Ejercicios de tareas, problemas adicionales de libros, etc.
 - 5) Incluye impresiones, comentarios, cosas por hacer, etc.
- e) Organiza tus apuntes por temas y para su elaboración contesta las siguientes preguntas, tanto al inicio como al final de cada tema:
 - 1) ¿Cuáles son los puntos medulares de este tema?
 - 2) ¿Qué es lo que entendí del tema?
 - 3) ¿Qué es lo que no entendí de este tema?
 - 4) ¿Qué preguntas me gustaría hacerle al profesor?
 - 5) ¿Qué preguntas y problemas plantearías para incluir en un examen?
- f) Recomendaciones de carácter práctico:
 - 1) Usa carpetas en donde se puedan meter y sacar fácilmente las hojas.
 - 2) Escribe solamente de un lado de la hoja, para que cuando repases puedas hacer anotaciones complementarias, demostraciones diferentes, etc.
 - 3) Usa lápiz para que puedas borrar y hacer cambios y correcciones.
- g) Vence la *flojera*:
 - 1) En un principio elaborar apuntes puede representar mucho trabajo. Con el tiempo se vuelve rutina, se encuentra el *justo medio* y se aprecian los beneficios.
 - 2) Comienza con una materia, por ejemplo con tu favorita o la que te sea más difícil.
 - 3) Pídele a algún colega, profesor o tutor que te revise los apuntes, sobre todo en un principio.

5.3 Cómo actualizar los apuntes

- h) Revisa tus apuntes de la clase anterior antes de ir a la próxima clase. ¿Es correcto lo que está en ellos?
- i) Estudia el material de tus apuntes cuando estés intentando problemas e incorpora estos problemas a tus apuntes.
- j) Revisa semanalmente tus apuntes. Incluye anotaciones sobre material que se vio posteriormente y su relación con temas vistos anteriormente.
- k) Revisa y actualiza en forma crítica tus apuntes antes de un examen. Elabora un resumen de definiciones, conceptos, teoremas, etc., e inclúyelo en tus apuntes.
- l) Revisa los problemas que has resuelto y trata de generalizar el resultado, quitar hipótesis o encontrar otra solución. Incluye esto en tus apuntes.

VI. Sugerencias para hacer tareas

Hacer ejercicios de tarea no es un complemento a la lectura de “teoría”, sino que es un instrumento primordial para el aprendizaje. Su solución debe incluir lenguaje escrito formal. Algunas sugerencias son las siguientes:

- a) Asegúrate de conocer las reglas del curso para las tareas. Algunos profesores admiten trabajo en grupo pero otros no. La entrega puntual de la misma es parte de la disciplina que se tiene que mantener en la carrera.
- b) No dejes la solución de tareas para el último día. Organízate de acuerdo a las sugerencias dadas en este documento sobre la administración del tiempo.
- c) Lee las preguntas cuidadosamente. Si existe algún término que desconoces, busca su significado.
- d) Antes de comenzar la lista, lee el texto o notas de clase, poniendo especial atención a definiciones, teoremas y ejercicios previos.
- e) No te desanimes si te lleva tiempo entender un problema y resolverlo, especialmente los difíciles. Piensa un tiempo razonable en el problema, sigue pensando en él durante el día y vuelve a intentarlo al final del día.
- f) Trata siempre de resolver el problema por ti mismo usando las sugerencias para resolver problemas que se dan en este documento. Aunque no lo logres, esto te ayudará a entender mejor el problema. Pídele alguna sugerencia al profesor o ayudante del curso y, cuando sea permitido, a uno de tus colegas.
- g) Cuando tengas la solución al problema, ve ésta en forma crítica y verifica que es correcta. ¿Es razonable tu solución? Deja el problema un tiempo y regresa a él en un tiempo razonable mientras intentas otros problemas.
- h) Cuando regreses al problema asegúrate que entiendes todo y que la respuesta es correcta. ¿Ya usaste todas las hipótesis?
- i) Trata de simplificar la solución.
- j) Si trabajas en grupo, pídele a un colega que lea tu solución.
- k) Nunca entregues la primera versión de la solución de un problema.
- l) La solución del problema debe incluir lenguaje escrito formal y convencer al lector que el resultado es correcto. Sigue las sugerencias de las Secciones 1.2. y 3.2. Recuerda que debes explicar cada paso cuidadosamente, no suponer que el lector sabe lo que tú estas pensando y que ésta debe ser escrita para que sea leída por alguien que conoce el material visto en clase, pero no la solución del problema.
- m) Asegúrate de mencionar los resultados (teoremas, etc.) y definiciones que uses, de tal forma que el que califica la tarea lo entienda.
- n) Escribe tu solución final cuidadosamente y en forma limpia. Asegúrate de saber si el profesor quiere que escribas las tareas con lápiz o con pluma.
- o) Numera cuidadosamente las páginas, de tal forma que el lector pueda ver tu solución en el orden correcto.
- p) No olvides poner tu nombre, de preferencia en cada hoja.

VII. Sugerencias para presentar exámenes

7.1 Antes del examen

- a) No comiences a estudiar para el examen un día antes del mismo.
- b) Asegúrate de conocer qué temas cubrirá el examen.
- c) Estudia en tus notas o texto favorito todo el material que cubrirá el examen.
- d) Haz un resumen de las definiciones y resultados principales.
- e) Repasa los ejercicios y problemas hechos en clase y en tareas.
- f) Haz ejercicios adicionales relacionados con los temas del examen.
- g) Procura obtener exámenes pasados del mismo curso relacionados con el material de tu examen. Resuélvelos contra reloj y califícatelos tu mismo.
- h) Piensa que tú eres el profesor del curso y elabora tu propio examen. Pídele a un colega que haga lo mismo e intercámbialo con el tuyo. Resuélvanlos contra reloj y califíquense los mutuamente.
- i) Obviamente haz una revisión de todo el material el día anterior.
- j) Asegúrate de llevar al examen papel, lápiz, goma, pluma, etc.
- k) Duerme bien el día anterior y no olvides desayunar para tener la energía adecuada.

7.2 Durante el examen

- l) Lee todas las preguntas y problemas del examen antes de comenzar a resolverlo y traza una estrategia para resolverlo. No necesariamente se encuentran ordenadas las preguntas por nivel de dificultad.
- m) En una hoja auxiliar prepara tus respuestas e intentos antes de escribirlos en forma definitiva. De esta forma puedes organizar tus pensamientos, revisar tus respuestas y presentar una mejor respuesta.
- n) Acostumbrate a resolver cada problema en hojas separadas, iniciando cada problema en una hoja nueva, y escribiendo por un solo lado de ella. Esto es bueno porque te permite dejar a un lado un problema en el que estés atorado y proseguir con otro, dejando a un lado físicamente también la solución del problema difícil. Esto también facilita al profesor el calificar.
- o) Un examen es un instrumento por escrito y si algo no se entiende, no podrá ser calificado positivamente. La mayoría de los profesores entendemos que el material escrito durante un examen no necesariamente se encontrará redactado como si fuera elaborado en casa y sin presiones de tiempo, pero que sí esperamos que la solución sea redactada con suficiente claridad.
- p) Es común el círculo vicioso “no me sale el problema...me pongo más nervioso...menos me sale el problema...más nervioso me pongo...” a la hora de estar resolviendo un examen. Rompe este círculo vicioso, dejando a un lado el problema por unos minutos y pasa a la lectura de otro problema.
- q) Revisa tu examen antes de entregarlo. Asegúrate que tus respuestas son correctas. Revisa cálculos, pasos, redacción y ortografía.
- r) Asegúrate de saber si el profesor quiere que escribas las tareas con lápiz o pluma, o le es indiferente.
- s) Si encuentras un error procede a corregirlo y si no hay tiempo, indícalo.
- t) No olvides poner tu nombre, de preferencia en todas las hojas.

7.3 Después del examen

- u) Al día siguiente del examen resuelve los problemas que no hayas hecho o en los que tengas dudas.
- v) Haz una lista de los errores más comunes que cometes en tus exámenes y piensa en una metodología para evitarlos en el futuro.
- w) Al conocer las calificaciones del examen, asegúrate de saber cuáles fueron tus errores y cuál es la solución correcta.

VIII. Sugerencias para aprovechar mejor las clases

Es importante llevar los cursos al día. Esto mejorará tu concentración y motivación en la clase. Asistir a clases debe ser una actividad activa y no pasiva, en donde intervenga de manera primordial la mente, además de los oídos y los ojos. De esta forma tu asistencia a clases será de provecho y mantendrás un ritmo de estudio regular y sistemático. Algunas recomendaciones son las siguientes:

8.1 Antes de la clase

- a) Siempre estudia el material de la última clase. Pon especial énfasis en definiciones, teoremas y ejemplos.
- b) Formúlate preguntas sobre el material visto.
- c) Lee el material que se verá la próxima clase. Haz una lista de nuevas definiciones, fórmulas y teoremas. No necesitas entenderlos todos pero trata de relacionarlos con el material que se vio en la clase anterior.
- d) Para lo anterior es necesario de que sepas cuál es el material y cuáles son los libros donde está este material. Pregúntale a tu profesor si el no lo especifica.
- e) Anticipa preguntas sobre el material que se verá ese día.
- f) Desayuna todas las mañanas para tener la energía adecuada.

8.2 Durante la clase

- g) Llega temprano a clase y trata de concentrarte desde el principio en la misma.
- h) Elige un lugar que te permita escuchar bien al profesor, leer el pizarrón, etc. Procura que siempre sea el mismo lugar.
- i) Toma notas en clase. Esto no debe ser una actividad pasiva (limitarse a copiar lo que está en el pizarrón), sino una actividad activa (notas al margen varias, notas sobre aspectos que el profesor haya remarcado verbalmente, etc.). Existen métodos sugeridos en la literatura acerca de aprendizaje para tomar notas. Un ejemplo es el “Método Cornell”, que consiste de dividir la hoja del cuaderno en dos columnas. De un lado se escriben las notas detalladas, y del otro, keywords que resumen las ideas principales.
- j) Participa siempre en clase. Contesta siempre las preguntas que haga el profesor tanto en voz baja como en voz alta.
- k) Pregunta cuando no entiendas algo y requieras de mayor clarificación.
- l) Si el profesor dijo o escribió algo que crees que está incorrecto, menciónaselo en cuanto lo hayas observado. Si no entiendes una notación, pide que se aclare.
- m) Observa si el tono de voz, tamaño de letra, posición del profesor ante el pizarrón, etc. son adecuados. Si tienes alguna sugerencia hazla de manera respetuosa y propositiva.
- n) Si te sientes cansado o desconcentrado en clase, respira profundo, estira los pies, mueve el cuello, etc. de tal forma que no distraigas a los otros colegas o al profesor.

8.3 Después de la clase

- o) Justo después de la clase haz una breve síntesis de lo visto. Si no puedes hacer esta síntesis es señal de que no prestaste la debida atención.
- p) Estudia el material visto cuidadosamente lo más pronto posible.
- q) Procura establecer los resultados sin ver tus notas o libro.
- r) Escribe un resumen de las definiciones, teoremas y ejemplos.
- s) Intenta varios problemas.
- t) Formula preguntas sobre el material visto en clase.
- u) Si alguno de tus colegas no asistió a clase, ofrece explicarle en forma oral lo que se vio. Esto rinde beneficios mutuos.
- v) Imita a Jacobo Bernoulli, haciendo un *diario matemático* de los conceptos y resultados principales que viste en el día.

8.4 Una vez a la semana

- w) Revisa el material de la semana previa.
- x) Haz en forma regular y sistemática los ejercicios de tarea.

IX. Sugerencias para trabajar en equipo

El trabajo en equipo aumenta la confianza y la productividad, si éste se lleva a cabo de manera *activa* por parte de todos los integrantes. Algunas recomendaciones son las siguientes:

- a) Formar equipos pequeños y de preferencia rotativos. Es mejor muchos equipos pequeños y rotativos que pocos grandes y estáticos. En equipos pequeños los integrantes participan más.
- b) Hacer sesiones de trabajo cortas y eficientes.
- c) Pensar todos los integrantes del equipo de manera individual la solución del problema o tema antes de la sesión de trabajo. Esto ayuda a entender el problema.
- d) Crear un ambiente de discusión tolerante, no usando términos del tipo: *Que burrada, creo que mi solución es una tontería, etc.*
- e) Exponga cada uno de los participantes lo que haya pensado y el por qué lo hizo así.
- f) Si un colega no asistió a clase, ofrece explicarle lo que se vio.
- g) Si no asististe a clases, pídele a un colega que te explique lo que se vio.
- h) Cuando trabajes con un colega cuestionalo más allá del clásico ¿por qué?
- i) Tratándose de tareas, cada participante debe entregar su propia solución escrita, la cual no debe ser lo que copió en el pizarrón u hoja de discusión.
- j) Elaborar cada miembro del equipo un posible examen (o parte) e intercambiarlo con los otros colegas. Resolverlos de manera individual bajo condiciones similares al examen real (tiempo, libro cerrado, etc.). Cada quien califica y discute los resultados del examen que elabora.
- k) Cuando hagan una presentación, ensáyenla ante colegas en condiciones similares a lo real (tiempo, uso de retroproyector, computadora y/o pizarrón, etc.). Los asistentes al ensayo deberán dar retroalimentación y cuestionamientos propositivos más allá del “que chido estuvo” o “no entendí nada”.
- l) Programen una sesión corta diariamente para sintetizar lo visto en clase. Hagan énfasis en destacar los aspectos relevantes y su conexión con el material visto previamente.
- m) Después de un examen discutan las distintas soluciones, poniendo énfasis en expresar por qué resolvieron los problemas la forma en que lo hicieron.

X. Sugerencias para administrar el tiempo

La administración de nuestro tiempo es crucial. El tiempo puede mal usarse exactamente de la misma manera en que uno puede mal usar el dinero.

- a) Los peores “ladrones” del tiempo y generadores de estrés son: la falta de planeación de tus actividades, el desorden, la indecisión, la desidia, perder de vista los objetivos y concentrarse únicamente en las actividades.
- b) Recuerda las máximas *el tiempo es oro* y *no dejes para mañana lo que puedes hacer hoy*.
- c) La administración de tu tiempo debe incluir todas las actividades que realizas: académicas (asistencia a clases, tareas, exámenes), sociales, familiares, de alimentación, ejercicio, de transporte, recreativas, etc. Todas son importantes.
- d) Es necesario distinguir entre lo que es *urgente* y lo que es *importante*, de otra manera dedicamos el tiempo a lo que tenga la primera fecha de entrega y descuidamos por completo el ir actualizados en cursos, hacer apuntes y lecturas, etc.
- e) Haz siempre una cosa a la vez. Por ejemplo cuando estudies no comas o platiques al mismo tiempo.
- f) Encuentra un espacio de estudio en el cual logres trabajar sin interrupciones.
- g) Siempre date tiempos de descanso apropiados.
- h) Cada minuto que inviertes en planear tus actividades te ahorra tiempo en la realización de ellas.
- i) Hay que preocuparse más por trabajar con organización y metodología que sólo hacerlo arduamente.
- j) Elabora constantemente una “pizza” ilustrativa de *cómo divides tu tiempo*, trazando “rebanadas” para las diferentes actividades que realizas, asignándoles superficies proporcionales al tiempo que les dedicaste. Actualiza semanalmente esta “pizza” de acuerdo a lo que consideres conveniente. De esta forma descubres en qué y cómo estas usando tu tiempo.
- k) Es altamente recomendable el empleo de una *agenda*, con fines de organizar el tiempo y de contar con un esquema visual de las tareas pendientes, exámenes programados, días de descanso, etc. Existe software para agendas, que corre en Windows (e.g. Lotus Organizer, Microsoft Outlook), o puede hacerse simplemente en papel.
- l) Una *organización en paralelo* es preferible a una organización lineal. Es usual que hasta no completar una tarea, los estudiantes proceden a leer y comenzar la que sigue, de manera que están resolviendo hoy la que se entrega mañana. Por ejemplo, si una lista de 10 ejercicios se reparte hoy, con fecha de entrega dentro de 10 días, la organización en paralelo requiere de una tasa de solución de un problema por día, mientras que la organización lineal típica requiere de resolver 10 problemas en dos días. En una organización lineal leemos una lista de ejercicios hasta que es su hora de resolverla.
- m) El domingo por la noche planea por escrito tus actividades de la semana y actualiza el plan día a día.
- n) Antes de concluir tus actividades del día, emplea unos minutos en planear de manera escrita las actividades del día siguiente.
- o) Recuerda la máxima que dice *en la vida no es importante hacer lo que se quiere, sino querer lo que se hace*.

Referencias

- 1) *How To Solve it: A new Aspect of Mathematical Method*
George Polya
Expanded Princeton Science Library Edition, 2004.
Traducción al español:
Cómo plantear y resolver problemas.
Editorial Trillas, reimpresión en 2011.
- 2) *Reading, Writing and Proving: A Closer Look at Mathematics*
Ulrich Daepf y Pamela Gorkin
Springer 2003.
- 3) *Mathematical Proofs: A Transition to Advanced Mathematics.*
Gary Chartrand, Albert Polimeni y Ping Zhang
Addison Wesley, 2002.
- 4) *The Cauchy-Schwarz Master Class*
Michael Steele
Cambridge University Press, 2004.
- 5) *Fundamentals of Teaching Mathematics at University Level*
Benjamin Baumstag
Imperial College Press, 2000.
- 6) *Teaching First: A Guide for New Mathematicians*
Thomas W. Rishel
The Mathematical Association of America, 2000.
- 7) *Sugerencias para Tutores*
Miguel Nakamura Savoy
Documento Personal.
- 8) *Creatividad para Resolver Problemas: Principios y Técnicas*
Mauro Rodríguez Estrada y Juan Antonio Fernández Ortega
Editorial Pax México, 2005.
- 9) *Administración del Tiempo*
Mauro Rodríguez Estrada
Editorial el Manual Moderno, 1999.