página 165 (1):

$$[\mathfrak{g}^\alpha, \mathfrak{g}^\beta] \subseteq \mathfrak{g}^{\alpha+\beta} \quad \forall \alpha, \beta$$

$H \in \mathfrak{h}$, $X \in \mathfrak{g}^\alpha$, $Y \in \mathfrak{g}^\beta$:

$$[H,[X,Y]] = [[H,X],Y] + [X,[H,Y]]$$
$$= \alpha(H)[X,Y] + \beta(H)[X,Y]$$
$$= (\alpha+\beta)(H)[X,Y].$$

Una generalización de los espacios raíz:

Sean $\mathfrak{g}$ compleja semisimple

$\rho : \mathfrak{g} \longrightarrow \mathfrak{gl}(V)$ representación.

$\mathfrak{h}$ subálgebra de Cartan de $\mathfrak{g}$.

$\forall\ \beta : h \longrightarrow \mathbb{C}$ lineal sea:

$$V^\beta = \{ v \in V \mid \rho(H)(v) = \beta(H)v,\ \forall H \in h \}$$

Si $V^\beta \neq 0$, entonces β se dice un peso (weight) y V^β subespacio de peso (weight subspace).

Si $\Phi = \{ \beta \mid \beta \text{ peso de } \rho \}$ entonces:

$$V = \bigoplus_{\beta \in \Phi} V^\beta$$

Pero en general $\dim V^\beta$ puede ser > 1.

Se tiene:

$$\rho(\underline{g}^\alpha)(V^\beta) \subseteq V^{\alpha+\beta}$$

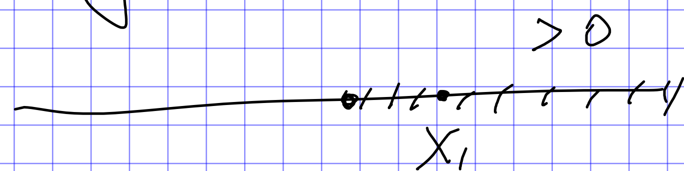
$\alpha \in \Delta$ (raices), $\beta \in \Phi$ (pesos)

Si V es irreducible (para p) entonces los llamados pesos más altos (highest weights) α son tales que:

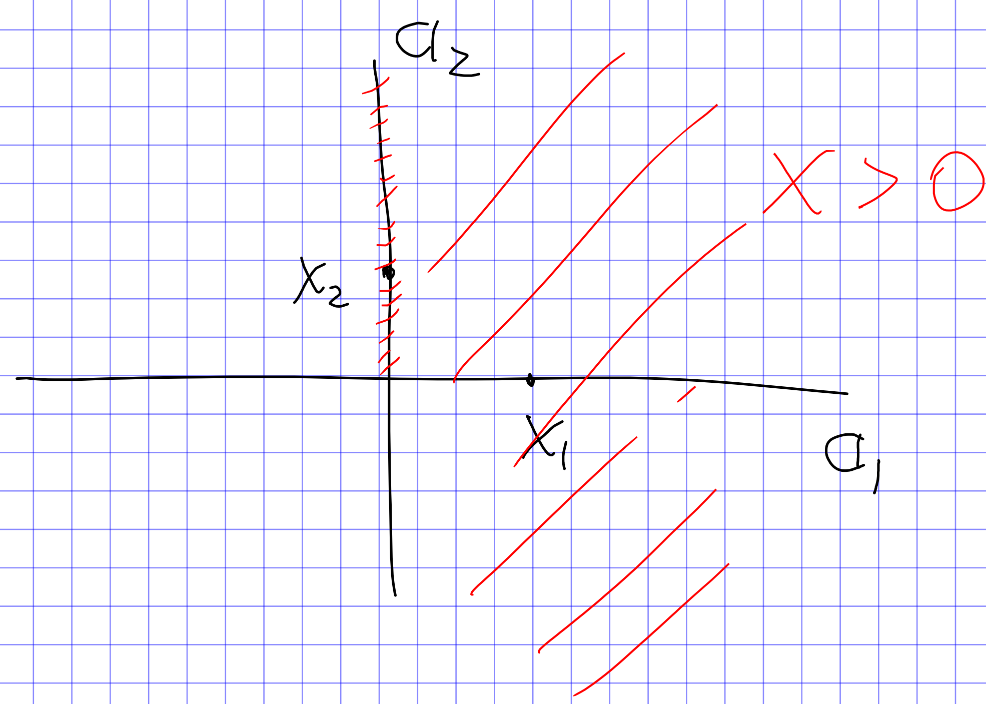
$$\dim V^{\alpha} = 1.$$

Orden lexicográfico:

$\dim V = 1$



$\dim V = 2$



$\dim V = 3$: