En $\mathbb{R}^{2n}$:

$$J_0 = \begin{pmatrix} 0 & -I_n \\ I_n & 0 \end{pmatrix}$$ estructura compleja

ω_0 forma simpléctica

ó $\langle \, , \, \rangle$ producto interno.

$$\Rightarrow \quad \omega_0(\, , \,) = \langle J_0(\,) , \, \rangle .$$

V espacio vectorial real

$J : V \longrightarrow V$ lineal real

$J^2 = -id \Rightarrow p(J) = 0$

con $p(x) = x^2 + 1$

Si m_J es el polinomio mínimo de J, entonces:

$$m_J(x) \mid x^2 + 1 \Rightarrow m_J(x) = x^2 + 1 .$$

Cuando se complexifica:

$$V^{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \otimes_{\mathbb{R}} V$$

se extiende el producto por escalares:

$$z \cdot \left(\sum_{j=1}^{h} z_j \otimes v_j \right) = \sum_{j=1}^{h} (z z_j) \otimes v_j$$

$z, z_j \in \mathbb{C}$, $v_j \in V$

---------- o ----------

$$\begin{tikzcd}
V \arrow[r, "T_2"] \arrow[d] & V \arrow[r, "T_1"] \arrow[d] & V \arrow[d] & v \arrow[d, mapsto] \\
V^{\mathbb{C}} \arrow[r, "T_2^{\mathbb{C}}"] & V^{\mathbb{C}} \arrow[r, "T_1^{\mathbb{C}}"] & V^{\mathbb{C}} & 1 \otimes v
\end{tikzcd}$$

comparar con el Corolario

---------- o ----------

Para J en $V^{\mathbb{C}}$

$$J^2 + 1 = 0$$

$\therefore$ x^2+1 ó $x-i$ ó $x+i$ es el polinomio mínimo de J.

Si $J - i = 0 \Rightarrow J = i\,Id$ en $V^{\mathbb{C}}$

$\therefore JV = iV$ y también:

$$JV = V$$

$\therefore JV \subseteq iV \cap V = 0 \Rightarrow J = 0.$

$\therefore X^2+1$ es el polinomio mínimo.