

## Tarea 10.

1) Probar que para todo  $n \geq 2$  existen  $A, B \in \mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$  tales que:

$$\exp(A+B) \neq \exp(A)\exp(B).$$

2) Probar que

$$\exp: \mathfrak{gl}(2, \mathbb{R}) \rightarrow GL(2, \mathbb{R})_0$$

no es suprayectivo.

(Sugerencia: probar que la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

no está en la imagen de  $\exp$ .)

3) Probar que

$$\exp: \mathfrak{gl}(n, \mathbb{C}) \rightarrow GL(n, \mathbb{C})$$

es suprayectiva.

(Seguir las sugerencias del problema 15 en la página 134 del libro de Warner).

4) Probar que toda  $A \in GL(n, \mathbb{C})$  se puede escribir en forma única como:

$$A = PU$$

tales que  $P, U \in GL(n, \mathbb{C})$  con  $U \in U(n)$  y  $P$  Hermitiana positiva definida.