## Examen Final

Fecha de entrega: 10 de diciembre 10pm.

**Notas:** Recuerda justificar todas tus respuestas, no se asignarán puntos si sólo escribes la respuesta. Entrega tu documento escaneado en Google Classroom. Por favor, no te esperes a enviar tu trabajo a último momento, se restará una centécima por cada minuto tarde que se entregue aún aunque tengas fallas técnicas (luz, internet, etc.)

1. (10 puntos) Haz una construcción con regla y compás de alguno de los siguientes objetos geométricos (a tu elección):

Nota: hay que dar una descripción formal y precisa de la construcción, acompañada por un dibujo claro hecho con regla y compás también incluye una breve descripción de por qué funciona tu construcción.

- Un triángulo isósceles, dados su base y el ángulo en frente de la base.
- Un paralelogramo, dados sus diagonales y uno de sus lados.
- Un ángulo de 75 grados.
- 2. (10 puntos) Decide si las siguientes ternas de números forman triángulo y en caso positivo, decide si se trata de un triángulo agudo, rectángulo u obtuso.

(a) 5, 10, 14

(c) 8, 9, 18

(b) 4, 20, 21

(d) 15, 22, 25

- 3. (20 puntos) Sean A, B, C y D puntos en el plano tales que AD=13 y AB=BC=AC=CD=10. Encuentra el ángulo  $\angle ADB$ .
- 4. (60 puntos) Sean ABC un triángulo isósceles con base BC = 1, ángulos en la base de  $72^{\circ}$  cada uno y D un punto sobre AC tal que BD es bisectriz de  $\angle ABC$ . Resuelve los siguientes incisos para deducir el  $\cos(72^{\circ})$  sin usar calculadora.
  - (a) Demuestra que
    - i. AD = BD
    - ii. BD = BC
    - iii. Los triángulos ABC y BDC son semejantes.
  - (b) Denota por x al segmento AB.
    - i. Demuestra que DC=x-1
    - ii. Usa la semejanza de triángulos del inciso anterior para deducir la siguiente ecuación en x:  $\frac{1}{x-1} = x$
  - (c) Resuelve la ecuación para x. Observa que x es positiva por ser distancia.
  - (d) Usa el cálculo anterior para deducir que  $\cos(72^{\circ}) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ .